

***Tóm tắt công thức lượng giác lớp 10***

1. ***Công thức lượng giác.***

**Công thức lượng giác cơ bản**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  sin 2 **  cos 2 **  1 | |  t an **  | | | sin ** | | |  |  |  |  |
| cos** | | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  t an ** . cot ** 1 | |  cot **  | | | | cos** | |  |  |  |  |
| sin ** | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  1  t an2 **  | 1 |  | 1  cot 2 | ** | | |  | 1 | |  |  |
| cos2 ** | sin2 ** | | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Các giá trị lượng giác có liên qua đặc biêt:**

***“Cos đối, sin bù, phụ chéo, tang sai pi”***

**CÔNG THỨC CỘNG**

sin(*a*  *b*)  sin *a* . cos *b*  cos *a* . sin*b* sin(*a*  *b*)  sin *a* . cos *b* cos *a* . sin*b* cos(*a*  *b*)  cos *a* . cos *b*  sin *a* . sin*b*

cos(*a*  *b*)  cos *a* . cos *b*  sin *a* . sin*b*

*  t an *a*  t an *b*

t an(*a b*)

1  t an *a* . t an *b*

*  t an *a*  t an *b*

t an(*a b*)

* 1.  t an *a* . t an *b*

***Sin thì sin cos, cos sin***

***Cos thì cos cos sin sin nhớ trừ***

***Tăng tổng bằng tổng hai tăng chia một trừ tích tăng***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI** | | | |  | **Công thức hạ bậc** | | | | | |  |  |
| sin 2**  2 sin ** . cos** | | | |  | sin2 **  |  | 1  cos 2** | | | |  |  |
|  cos 2**  cos 2 **  sin2 ** | | | |  |  | | 2 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | cos2 **  | 1  cos 2** | | | | |  |  |
|  cos 2**  2 cos 2 ** 1 | | | |  |  |  |
|  |  | 2 | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  cos 2**  1 2 sin2 ** | | | |  | t an2 **  |  |  | 1  cos 2** | |  |  |  |
| t an 2**  |  | 2 t an ** |  |  |  |  | 1  cos 2** | | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  t an2 ** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



**CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TỔNG THÀNH TÍCH**

cos *a*  cos *b*  2 cos *a*  *b* . cos *a* *b*

2 2

cos *a*  cos *b*  2 sin *a*  *b* . sin *a* *b*

2 2

sin *a*  sin *b*  2 sin *a*  *b* . cos *a* *b*

2 2

sin *a*  sin *b*  2 cos *a*  *b* . sin *a* *b*

2 2

***Cos cộng cos bằng 2 lần cos cos***

***Cos trừ cos bằng trừ 2 sin sin***

***Sin cộng sin bằng 2 lần sin cos***

***Sin trừ sin bằng 2 lần cos sin***

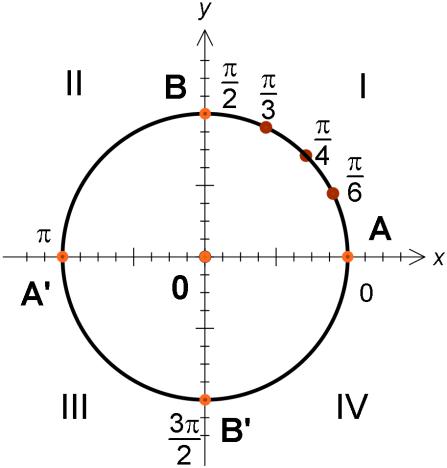
**CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG**

cos *a* . cos *b*  12 cos(*a*  *b*)  cos(*a* *b*) sin *a* . sin *b*  12 cos(*a*  *b*)  cos(*a* *b*) sin *a* . cos *b*  12 sin(*a*  *b*)  sin(*a* *b*)  cos *a* . sin *b*  12 sin(*a*  *b*)  sin(*a* *b*) 

***Cos nhân cos bằng ½ cos cộng cos***

***Sin nhân sin bằng ½ cos trừ cos***

***Sin nhân cos bằng ½ sin cộng sin***



***Cos nhân sin bằng ½ sin trừ sin***

**Tính tuần hoàn**

sin (**  *k* 2** )  sin **

cos(**  *k* 2** )  cos**

t an (**  *k* ** )  t an **

cot (**  *k* ** )  cot **

# I- PH ***:***

####  hương trìng ư ng gi c cơ bản:

XUÂ Â – A 9 Đ

*x*  **  *k* 2**



**\* cotx =cot**** **** x= ** +k *k*  Z.

**\* cos*x* = cos** ** **** *x*  **  *k* 2** ; *k* *Z*

*x*  **  **  *k* 2**



**\* tan*x* =tan**** **** x = ** +k ; *k*  Z

**\* sin*x*=sin**** **** *x*  **  *k* 2** ; *k* *Z*

####  hương trìng ư ng gi c cơ bản đặc biệt :

**\*cosx =-1**  *x*  **  *k*2**

2

**\* sinx = -1**  *x*   **  *k* 2**

**v i k** *Z*

2

**\*cosx =1**  *x*  *k*2**

2

**\* sinx =1**  *x*  **  *k* 2**

**\*cosx =0**  *x*  **  *k*

\* **sinx =0 ** *x*  *k*

sin *x*  *a*  *x*  arcsin *a*+*k* 2**

,

*x*  **  *arc* sin *a*+*k* 2**



tan*x*  *a*  *x*  arc tan*a*+*k* ,

**k** *Z*

*c*os*x*  *a*  *x*  arc *c*os*a*+*k* 2**

*k* 

*k* 

,

*arc* sin *a*+*k* 2**



**k** *Z*



*x*  - arc cosa + k2**

## 

**k** *Z*

*c*ot*x*  *a* *c*ot*x* *c*ot**  *x*  ** +*k* ,

### 

*k* 

*k* 



**k** *Z*



#### tan*x*  1



*x*   **

#### 4

 *k* , *k* 

**k** *Z*

*c*ot*x*  1

*x*  

##### 4

**



* *k* , *k*  **k** *Z*

tan*x*  0

 *x*  *k* , *k*  **k** *Z*

*c*ot*x*  0

 *x* 

 *k* , *k* 

##### 2



**k** *Z*

tan*x*  1

 *x*  **

#### 4





**k** *Z*

* *k* , *k*

*c*ot*x*  1

 *x*  **

##### 4

* *k* , *k*  **k** *Z*

#  Ị ỦA U ĐẶ Ệ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **rad** | **-** | ****  **-2** | ****  **-3** | ****  **-4** | ****  **-6** | **0** | ****  **6** | ****  **4** | ****  **3** | ****  **2** | **2**  **3** | **3**  **4** | **5**  **6** | **** |
| **độ** | **-180o** | **-90o** | **-60o** | **-45o** | **-30o** | **0** | **30o** | **45o** | **60o** | **90o** | **120o** | **135o** | **150o** | **180o** |
| **sin** | | **0** | **-1** | **3**  **- 2** | **2**  **- 2** | **1**  **-2** | **0** | **1**  **2** | **2**  **2** | **3**  **2** | **1** | **3**  **2** | **2**  **2** | **1**  **2** | **0** |
| **cos** | | **-1** | **0** | **1**  **2** | **2**  **2** | **3**  **2** | **1** | **3**  **2** | **2**  **2** | **1**  **2** | **0** | **- 1**  **2** | **2**  **- 2** | **3**  **- 2** | **-1** |
| **tan** | | **0** | **||** | **- 3** | **-1** | **1**  **- 3** | **0** | **1**  **3** | **1** | **3** | **||** | **- 3** | **-1** | **1**  **- 3** | **0** |
| **cot** | | **||** | **0** | **1**  **- 3** | **-1** | **- 3** | **||** | **3** | **1** | **1**  **3** | **0** | **1**  **- 3** | **-1** | **- 3** | **||** |

#### hú ý: ông thức chuyển đổi từ độ sang rađian và ngư c ại:

 ** 

 180 

0 ** 0

*x*

  180 .*x*  *rad* ;

*x*(*rad* )   **

.*x* 

** 180 ;

 90

    2

####  Một số phương trình ư ng gi c thường gặp

. hương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số ư ng gi c:

1. hương trình bậc nhất đối với một hàm số ư ng gi c: để giải c c phương trình này ta dùng c c công thức để đưa phương trình về phương trình cơ bản.
2. hương trình bậc hai đối với một hàm số ư ng gi c: à những phương trình có dạng *a*.sin2*x*+*b*.sin*x*+*c*=0 (hoặc *a*.cos2*x*+*b*.cos*x*+*c*=0, *a*.tan2*x*+*b*.tan*x*+*c*=0, *a*.cot2*x*+*b*.cot*x*+*c*=0) để giải c c phương trình này ta đặt t bằng hàm số ..( hú ý điều kiện của t khi đặt t=sinx hoặc t=cosx)

#### hương trình bậc nhất đối với sin*x* và cos*x*:

Dạng: *a*sin*x*+*b*cos*x*=*c*. Điều kiện để phương trình có nghiệm à *a*2  *b*2  *c*2 .

*a*2  *b*2

*a*2  *b*2

*a*2  *b*2

*a*2  *b*2

**Cách giải :** hia hai vế phương trình cho

, ta đư c:

*a* sin *x* 

*b* cos *x*  *c*

Đặt:

*a*  cos ** ;

*b*  sin ** . hi đó phương trình tương đương:

cos ** sin *x*  sin ** cos *x*  *c*

*a*2  *b*2

*a*2  *b*2

*a*2  *b*2

hay

sin *x*  **  

*c*  sin** .

#### hương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx:

*a*2  *b*2

Dạng: *a*sin2*x*+*b*sin*x*cos*x*+*c*cos2*x*=0 (\*).

**Cách giải :** + iểm tra nghiệm với

*x*  **  *k* .

2

+ iả sử cos*x*0: chia hai vế phương trình cho cos2*x* ta đư c: *a*tan2*x*+*b*tan*x*+*c*=0.

hú ý:

1  tan2 *x*  1

 *x*  **  *k* 

cos2 *x*

 2 

 

#### hương trình đối xứng đối với sin*x* và cos*x*:

Dạng: *a*(sin*x*  cos*x*)+ *b*sin*x*cos*x*=*c*. **Cách giải:** Đặt *t*= sin*x*  cos*x*. Điều kiện  *t*   2 .

# II- Ô Ứ ĐỔ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1) Công thức cộng:**   * cos(a + b) = cosa.cosb – sina.sinb * cos(a - b) = cosa.cosb + sina.sinb * tan(a - b) = tana - tanb   1 + tana.tanb   * sin(a - b) = sina.cosb - cosa.sinb * tan(a + b) = tana + tanb   1 - tana.tanb   * sin(a + b) = sina.cosb + cosa.sinb   **2) Công thức nhân đôi :**   * sin2x = 2sinxcosx * cos2x = cos2x – sin2x   = 2cos2x - 1  = 1 – 2sin2x   * tan2x = 2*tanx*   1 *tan*2 *x*  *cot* 2 *x* 1   * cot2x =   2*cotx*  **3) Công thức nhân 3**:   * sin3x = 3sin *x*  4sin3 *x* * cos3x = 4cos3x – 3cosx   3*tanx*  *tan*3 *x*   * tan3x =   1 3*tan*2 *x* | **4) Công thức hạ bậc:**   * *c*os2 *x*  1 *cos*2*x*   2   * sin2 *x*  1 *c*os2*x*   2  5) **Công thức tích thành tổng.**   * cosxcosy=   1 *cos*(*x*  *y*)  *cos*(*x*  *y*)  2   * sinxcosy=   1 *Sin*(*x*  *y*)  *Sin*(*x*  *y*)  2   * sinxsiny=   + 1 *cos*(*x*  *y*)  *cos*(*x*  *y*)   2 | 6) **Công thức tổng(hiệu) thành tích:**   * sinx + siny = 2sin  *x*  *y*  *cos*  *x*  *y*     2   2         * sinx – siny = 2*c*os  *x*  *y*  *sin*  *x*  *y*     2   2         * cosx + cosy = 2 cos  *x*  *y*  *cos*  *x*  *y*     2   2         * cosx – cosy = 2sin  *x*  *y*  *sin*  *x*  *y*     2   2         * tanx + tany = *sin*(*x*  *y*)   cos *xcosy*   * tanx – tany = *sin*(*x*  *y*)   cos *xcosy*   * cotx + coty = *sin*(*x*  *y*)   sin *xsiny*   * cotx – coty = *sin*( *y*  *x*)   sin *xsiny* |

XUÂ Â – A 9 Đ

**2**

III- **GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC GÓC (CUNG) CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. **Cung đối nhau:**    * cos(–x) = cosx    * sin(–x) = – sinx    * tan(–x) = – tanx    * cot(–x) = – cotx | 1. **Cung bù nhau:**    * sin (**  *x*)  sinx    * cos (**  *x*)   cosx    * tan (**  *x*)   tanx    * cot (**  *x*)   cotx | | 1. **Cung hơn kém:**    * sin (**  *x*)   sinx    * cos (**  *x*)   cosx    * tan (**  *x*)  tanx    * cot (**  *x*)  cotx |
| 1. **Cung phụ nhau.**    * sin (**  *x*) = cosx  cosx = sin (900 – x )   2   * + cos (**  *x*) = sinx  sinx = cos (900 – x ) 2   + tan (**  *x*) = cotx  cotx = tan (900 – x )   2   * + cot (**  *x*) = tanx  tanx = cotx (900 – x )   2 | | 1. **Cung hơn kém.**    * sin(**  *x*)  *cosx*  cosx = sin (900 + x )   2   * + cos (**  *x*) = *sinx*  - sinx = cos (900 + x ) 2   + tan (**  *x*) = *cotx*  - cotx = tan (900 + x )   2   * + cot (**  *x*) = *tanx*  - tanx = cotx (900 + x )   2 | |

**Ghi nh : *Cos đối – Sin bù – Phụ chéo***

VI- Ô Ứ :

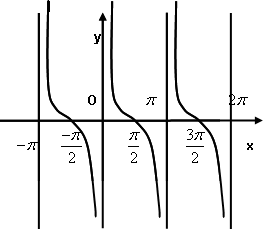
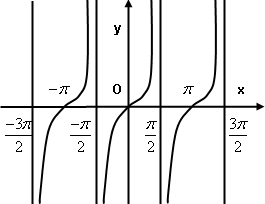
|  |  |
| --- | --- |
| * t anx= sinx ,(x    k)   cosx 2   * c otx= cosx ,(x  k) sinx * sin2 x  cos2x 1 * 1  1 tan2 x,(x    k) cos2x 2 * 1  1 cot2 x,(x  k) sin2 x * t anx.cotx=1,(x  k)   2 | * sin3 *x*  *c*os3*x*  (sinx  cos *x*)(1 sinx.cos *x*) * sin3 *x*  *c*os3*x*  (sinx  cos *x*)(1 sinx.cos *x*)   1   * sin4 *x*  cos4 *x*  1 sin2 2*x*   2   * sin6 *x*  cos6 *x*  1 3 sin2 2*x*   4   * 1 sin 2*x*  sin *x*  cos *x*2 * sin *x*  cos *x*  2*sin*  *x*  **   2*cos*  *x*  **            4   4    * sin *x*  cos *x*  2*sin*  *x*  **    2*cos*  *x*  **     4   4       |

XUÂ Â – A 9 Đ

**3**

# VI- Ứ

***y = sinx y = cosx y = tanx y = cotx***



###### Tập xác định

D = R D = R D = R \ {  + k} D = R \ {k}

2

**Tập giá trị** T = [– 1 ; 1 ] T = [– 1 ; 1 ] R R

**Chu kỳ** T = 2 T = 2 T =  T = 

**Tính chẵn lẻ** ẻ hẵn ẻ ẻ Đồng biến trên:

   

  2  k2 ; 2  k2 Đồng biến trên:

 

  k2 ; k2 

Đồng biến trên mỗi khoảng:

ghịch biến trên mỗi

###### Sự biến

**thiên**

ghịch biến trên:

ghịch biến trên:

   

   k ;  k 

khoảng: k ;   k 

   k2 ;



2

3  k2  k2 ;   k2 

2



 2 2 

 

###### Bảng biến thiên

x –  0

2

y = sinx 0 0

–1

  x   

2 2 2

1 +

0 y = tanx

–

x – 0 

1

y =cosx

x 0 

+

y = cotx

– 1 – 1 –

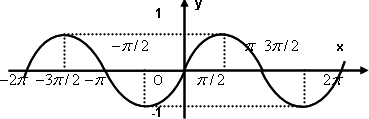
###### Đồ thị

y = sinx

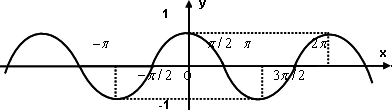
……………………………………………

…………………………………. y = cosx

y = tanx

…………………………………………………………

…………………………. y = cotx



XUÂ Â – A 9 Đ

**4**