BỘ ĐỀ THI VÀ LỜI GIẢI XÁC SUẤT THỐNG KÊ[1]

ĐỀ SỐ 1

1. Đường kính của một loại trục máy là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn $N(\mu = 250mm; \sigma^2 = 25mm^2)$. Trục máy được gọi là hợp quy cách nếu đường kính từ 245mm đến 255mm. Cho máy sản xuất 100 trục. Tính xác suất để:

   a. Có 50 trục hợp quy cách.
   b. Có không quá 80 trục hợp quy cách.

2. Quan sát một mẫu (người) , ta có bảng thống kê chiều cao X(cm), trọng lượng Y(kg):

X / Y	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175
50	5				
55	2	11			
60		3	15	4	
65			8	17	
70			10	6	7
75					12

   a. Ước lượng chiều cao trung bình với độ tin cậy $\gamma = 95\%$.
   b. Những người cao từ 170cm trở lên gọi là quá cao. Ước lượng trọng lượng trung bình những người quá cao với độ tin cậy 99%.
   c. Một tài liệu thống kê cũ cho biết tỷ lệ những người quá nặng ($\geq 70kg$) là 30%. Cho kết luận về tài liệu đó, với mức ý nghĩa $\alpha = 10\%$.
   d. Lập phương trình tương quan tuyến tính của Y theo X.

BÀI GIẢI

1. Gọi D là đường kính trục máy thì $D \in N(\mu = 250mm; \sigma^2 = 25mm^2)$.

   Xác suất trục hợp quy cách là:

---

[1] Đề thi:GS Đặng Hấn. Lời giải:Th.S Lê Lễ.

Tài liệu dùng cho sinh viên đại học, học viên thi Th.s, NCS.

$$p = p[245 \le D \le 255] = \Phi(\frac{255-250}{5}) - \Phi(\frac{245-250}{5}) = \Phi(1) - \Phi(-1)$$ [2]

$$= 2\Phi(1) - 1 = 2.0,8413 - 1 = 0,6826 \ .$$

a. Gọi E là số trục máy hợp quy cách trong 100 trục,
$E \in B(n=100; p=0,6826) \approx N(\mu = np = 68,26; \sigma^2 = npq = 21,67)$

$$p[E=50] = C_{100}^{50} 0,6826^{50}.0,3174^{50} \approx \frac{1}{\sqrt{21,67}}\varphi(\frac{50-68,26}{\sqrt{21,67}}) = \frac{1}{\sqrt{21,67}}\varphi(-3,9)$$ [3]

$$= \frac{1}{\sqrt{21,67}}\varphi(3,9) = \frac{1}{\sqrt{21,67}}.0,0002 = 0,00004$$

b. $p[0 \le E \le 80] = \Phi(\frac{80-68,26}{\sqrt{21,67}}) - \Phi(\frac{0-68,26}{\sqrt{21,67}}) = \Phi(2.52) - \Phi(-14,66)$

$$= \Phi(2.52) + \Phi(14,66) - 1 = 0,9941 + 1 - 1 = 0,9941$$

2.

a. n=100, $S_x = 5,76$, $\overline{X} = 164,35$

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$

$t_{(0,05;99)} = 1,96$ [4]

$$\overline{X} - t\frac{S_x}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + t\frac{S_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow 164,35 - \frac{1,96.5,76}{\sqrt{100}} \le \mu \le 164,35 + \frac{1,96.5,76}{\sqrt{100}}$$

Vậy $163,22cm \le \mu \le 165,48cm$

---

[2] Dùng định lý tích phân Laplace . Tra bảng phân phối chuẩn tắc với lưu ý: $\Phi(-1) = 1 - \Phi(1)$

[3] Dùng định lý Laplace địa phương . Tra hàm mật độ chuẩn tắc với lưu ý hàm mật độ chuẩn tắc là hàm chẵn.

[4] Tra bảng phân phối Student, $\alpha = 0,05$ và 99 bậc tự do. Khi bậc tự do n>30, $t_{(\alpha;n)} = u, \Phi(u) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

b. $n_{qc} = 19 \quad , \overline{Y}_{qc} = 73{,}16\,, S_{qc} = 2{,}48$

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$

$t_{(0{,}01;18)} = 2{,}878$

$$\overline{Y}_{qc} - t\frac{S_{qc}}{\sqrt{n_{qc}}} \le \mu \le \overline{Y}_{qc} + t\frac{S_{qc}}{\sqrt{n_{qc}}} \Rightarrow 73{,}16 - \frac{2{,}878.2{,}48}{\sqrt{19}} \le \mu \le 73{,}16 + \frac{2{,}878.2{,}48}{\sqrt{19}}$$

Vậy $71{,}52kg \le \mu \le 74{,}80kg$

c. $H_0 : p = 0{,}3; H_1 : p \ne 0{,}3$

$f = \frac{35}{100} = 0{,}35$

$$U_{tn} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}35 - 0{,}3}{\sqrt{\frac{0{,}3.0{,}7}{100}}} = 1{,}091$$

$\alpha = 0{,}05, \Phi(U) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Rightarrow U = 1{,}96$ 9 (hoặc $t_{(0{,}05)} = 1{,}96$)

$|U_{tn}| < U$, chấp nhận H_0 :tài liệu đúng.

d. $\frac{y - \overline{y}}{s_y} = r_{xy}\frac{x - \overline{x}}{s_x} \quad \Rightarrow \quad y = -102{,}165 + 1{,}012x$.

ĐỀ SỐ 2

1. Cho ba đại lượng ngẫu nhiên độc lập X,Y,Z trong đó $X \in B(50;0,6), Y \in N(250;100)$ và Z là tổng số chính phẩm trong 2 sản phẩm được lấy ra từ 2 lô hàng, mỗi lô có 10 sản phẩm, lô I có 6 chính phẩm và lô II có 7 chính phẩm. Tính $M(U), D(U)$ [5] , trong đó

$$U = Mod(X)X + D(Y)Y + P[Z > 1].Z$$

2. Quan sát một mẫu (cây công nghiệp) , ta có bảng thống kê đường kính X(cm), chiều cao Y(m):

Y \ X	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30
3	2				
4	5	3			
5		11	8	4	
6			15	17	
7			10	6	7
8					12

a. Lập phương trình tương quan tuyến tính của Y theo X.
b. Kiểm tra tính phân phối chuẩn của X với mức ý nghĩa 5%.
c. Để ước lượng đường kính trung bình với độ tin cậy 95% và độ chính xác 5mm thì cần điều tra thêm bao nhiêu cây nữa?
d. Những cây cao không dưới 7m gọi là loại A. Ước lượng tỷ lệ cây loại A với độ tin cậy 99%.

BÀI GIẢI

1. $X \in B(50;0,6)$ nên

$np - q \le Mod(X) \le np - q + 1 \Rightarrow 50.0,6 - 0,4 \le Mod(X) \le 50.0,6 - 0,4 + 1$

$\Rightarrow 29,6 \le Mod(X) \le 31,6$

Vậy $Mod(X) = 30$

$M(X) = np = 50.0,6 = 30$

[5] Kỳ vọng của U và phương sai của U

$D(X) = npq = 50.0,6.0,4 = 12$

$Y \in N(250;100)$ nên

$M(Y) = \mu = 250$

$D(Y) = \sigma^2 = 100$

$p[Z = 0] = 0,4.0,3 = 0,12$

$p[Z = 1] = 0,6.0,3 + 0,4.0,7 = 0,46$

$p[Z = 2] = 1 - (0,12 + 0,46) = 0,42$

Z	0	1	2
p	0,12	0,46	0,42

$p[Z > 1] = p[Z = 2] = 0,42$

$M(Z) = 0.0,12 + 1.0,46 + 2.0,42 = 1,3$

$M(Z^2) = 0^2.0,12 + 1^2.0,46 + 2^2.0,42 = 2,14$

$D(Z) = M(Z^2) - M^2(Z) = 2,14 - 1,3^2 = 0,45$

Vậy $U = 30X + 100Y + 0,42Z$ suy ra

$M(U) = 30M(X) + 100M(Y) + 0,42M(Z)$

$= 30.30 + 100.250 + 0,42.1,3 = 25900,546$

$D(U) = 30^2 D(X) + 100^2 D(Y) + 0,42^2 D(Z)$

$= 30^2.12 + 100^2.100 + 0,42^2.0,45 = 1010800,079$

2. a. $\frac{y - \overline{y}}{s_y} = r_{xy} \frac{x - \overline{x}}{s_x} \Rightarrow \quad y = -4,98 + 0,43x$.

b. H_0: đường kính cây có phân phối chuẩn

H_1: đường kính cây không có phân phối chuẩn

X	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30
n_i	7	14	33	27	19

$\overline{x} = 25,74$, $s_x = 2,30$,N=100.

Nếu X tuân thep phân phối chuẩn thì

$$p_1 = \Phi(\frac{22-25,74}{2,30}) - \Phi(\frac{20-25,74}{2,30}) = \Phi(-1,63) - \Phi(-2,50)$$

$$= \Phi(2,50) - \Phi(1,63) = 1 - 0,9484 = 0,0516$$

$$p_2 = \Phi(\frac{24-25,74}{2,30}) - \Phi(\frac{22-25,74}{2,30}) = \Phi(-0,76) - \Phi(-1,63)$$

$$= \Phi(1,63) - \Phi(0,76) = 0,9484 - 0,7764 = 0,172$$

$$p_3 = \Phi(\frac{26-25,74}{2,30}) - \Phi(\frac{24-25,74}{2,30}) = \Phi(0,11) - \Phi(-0,76)$$

$$= \Phi(0,11) + \Phi(0,76) - 1 = 0,5438 + 0,7764 - 1 = 0,3203$$

$$p_4 = \Phi(\frac{28-25,74}{2,30}) - \Phi(\frac{26-25,74}{2,30}) = \Phi(0,98) - \Phi(0,11)$$

$$= 0,8365 - 0,5438 = 0,2927$$

$$p_5 = \Phi(\frac{30-25,74}{2,30}) - \Phi(\frac{28-25,74}{2,30}) = \Phi(1,85) - \Phi(0,98) = 0,1634$$

Lớp	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30
n_i	7	14	33	27	19
p_i	0,0516	0,1720	0,3203	0,2927	0,1634
$n_i^{'} = N.p_i$	5,16	17,20	32,03	29,27	16,34

$$X^2 = \Sigma \frac{(n_i - n_i^{'})^2}{n_i} = \frac{(7-5,16)^2}{5,16} + \ldots + \frac{(19-16,34)^2}{16,34} = 1,8899$$

$$X^2_{(0,05;5-2-1)} = X^2_{(0,05;2)} = 5,991$$ [6]

$X^2 < X^2_{(0,05;2)}$ nên chấp nhận H_0:đường kính của cây là đại lượng ngẫu nhiên thuộc phân phối chuẩn với $\mu = 25,74, \sigma^2 = 5,29$

c. $\frac{ts_x}{\sqrt{n}} \le \epsilon \Rightarrow \quad n \ge (\frac{ts_x}{\epsilon})^2$

$t_{(0,05)} = 1,96, s_x = 2,30, \epsilon = 5mm = 0,5cm$

$n \ge (\frac{1,96.2,30}{0,5})^2 = 81,3 . \Rightarrow n \ge 82$

Đã điều tra 100 cây , vậy không cần điều tra thêm nữa.

d. $f_a - t\sqrt{\frac{f_a(1-f_a)}{n}} \le p \le f_a + t\sqrt{\frac{f_a(1-f_a)}{n}}$

$f_a = \frac{35}{100} = 0,35$

$\alpha = 1-\gamma = 1-0,99 = 0,01$

$t_{(0,01)} = 2,58$

$0,35 - 2,58\sqrt{\frac{0,35.0,65}{100}} \le p \le 0,35 + 2,58\sqrt{\frac{0,35.0,65}{100}}$

$0,227 \le p \le 0,473$

Tỷ lệ cây loại A trong khoảng từ 22,7% đến 47,3%.

---

[6] Số lớp là 5, phân phối chuẩn $N(\mu;\sigma^2)$ có 2 tham số nên: tra bảng chi bình phương X^2 với bậc tự do bằng: số lớp-số tham số-1=5-2-1=2.

ĐỀ SỐ 3

1. Một xí nghiệp có 2 máy. Trong ngày hội thi, mỗi công nhân sẽ chọn ngẫu nhiên một máy và sản xuất 100 sản phẩm. Nếu số sản phẩm loại I không ít hơn 70 thì được thưởng. Giả sử công nhân A xác suất sản xuất sản phẩm loại I với 2 máy lần lượt là 0,6 và 0,7.

   a. Tính xác suất để A được thưởng.
   b. Giả sử A dự thi 200 lần, số lần A được thưởng tin chắc nhất là bao nhiêu?
   c. A phải dự thi ít nhất bao nhiêu lần để xác suất có ít nhất một lần được thưởng không dưới 90%?

2. Theo dõi số kẹo X (kg) bán trong 1 tuần, ta có:

x_i	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
n_i	9	23	27	30	25	20	5

   a. Để ước lượng số kẹo trung bình bán được trong 1 tuần với độ chính xác 10kg và độ tin cậy 99% thì cần điều tra thêm bao nhiêu tuần nữa?
   b. Bằng cách thay đổi mẫu mã, người ta thầy số kẹo trung bình bán được trong 1 tuần là 200kg. Việc thay đổi này có hiệu quả gì về bản chất không? (mức ý nghĩa 5%)
   c. Những tuần bán từ 250kg trở lên là những tuần hiệu quả. Ước lượng tỷ lệ những tuần hiệu quả với độ tin cậy 90%.
   d. Ước lượng số kẹo trung bình bán được trong những tuần có hiệu quả với độ tin cậy 98%.

BÀI GIẢI

1.

   a. Gọi T là biến cố công nhân A được thưởng .

I: Biến cố công nhân A chọn máy I.

II: Biến cố công nhân A chọn máy II.

$P(I) = P(II) = 0,5$

$P(T) = P(I).P(T/I) + P(II).P(T/II) = P(I).P[70 \le X \le 100] + P(II).P[70 \le Y \le 100]$

trong đó $X \in B(100;0,6) \approx N(60;24), Y \in B(100;0,7) \approx N(70;21)$

$$p[70 \le X \le 100] = \Phi(\frac{100-60}{\sqrt{24}}) - \Phi(\frac{70-60}{\sqrt{24}}) = \Phi(8,16) - \Phi(2,04) = 1 - 0,9793 = 0,0207$$

$$p[70 \le Y \le 100] = \Phi(\frac{100-70}{\sqrt{21}}) - \Phi(\frac{70-70}{\sqrt{21}}) = \Phi(6,55) - \Phi(0) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Vậy $P(T) = \frac{1}{2}(0,0207 + 0,5) = 0,26$

b. Gọi Z là số lần được thưởng trong 200 lần A tham gia thi , $Z \in B(200;0,26)$

$np - q \le Mod(Z) \le np - q + 1 \Rightarrow 200.0,26 - 0,74 \le Mod(Z) \le 200.0,26 - 0,74 + 1$

$51,26 \le Mod(Z) \le 52,56$. Mod(Z)=52. Số lần A được thưởng tin chắc nhất là 52.

c. Gọi n là số lần dự thi.

M: Biến cố ít nhất một lần A được thưởng

$P(M) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\overline{T}) = 1 - 0,7\ ^{n}$.

$1 - 0,74^n \ge 0,9 \Rightarrow 0,74^n \le 0,1 \Rightarrow n \ge \log_{0,74} 0,1 = 7,6 \rightarrow n \ge 8$.

Vậy A phải dự thi ít nhất 8 lần.

2. a. n=139 , $s_x = 79,3$, $t_{(0,01)} = 2,58$, $\epsilon = 10$

$\frac{ts_x}{\sqrt{n}} \le \epsilon \rightarrow \quad n \ge (\frac{ts_x}{\epsilon})^2$

$n \ge (\frac{2,58.79,3}{10})^2 = 418,6 \rightarrow n \ge 419$. Vậy điều tra ít nhất 419-139=280 tuần nữa.

b. $H_0 : \mu = 200$

$H_1 : \mu \ne 200$

$n = 139, \overline{x} = 167,8, s_x = 79,3$

$$T_{tn}=\frac{(\overline{x}-\mu_0)\sqrt{n}}{s_x}=\frac{(167,8-200)\sqrt{139}}{79,3}=-4,7873$$

$$t_{(0,05)}=1,96$$

$|T_{tn}|>t_{(0,05;138)}$: Bác bỏ H_0, tức là việc thay đổi mẫu mã làm tăng lượng kẹo bán ra trong tuần.

c. $$f_{hq}-t\sqrt{\frac{f_{hq}(1-f_{hq})}{n}}\le p\le f_{hq}+t\sqrt{\frac{f_{hq}(1-f_{hq})}{n}}$$

$$f_{hq}=\frac{25}{139}=0,18$$

$\alpha=1-\gamma=1-0,9=0,1$, $t_{(0,1)}=1,65$.

$$0,18-1,65\sqrt{\frac{0,18.0,82}{139}}\le p\le 0,18+1,65\sqrt{\frac{0,18.0,82}{139}}$$

$$0,1262\le p\le 0,2338$$

Tỷ lệ những tuần có hiệu quả chiếm từ 12,62% đến 23,38%

d. $n_{hq}=25$, $\overline{x}_{hq}=285$, $s_{hq}=20,41$

$$\alpha=1-\gamma=1-0,98=0,02$$

$$t_{(0,02;24)}=2,492$$

$$\overline{x}_{hq}-t\frac{s_{hq}}{\sqrt{n_{hq}}}\le\mu\le\overline{x}_{hq}+t\frac{s_{hq}}{\sqrt{n_{hq}}}\Rightarrow 285-2,492.\frac{20,41}{\sqrt{25}}\le\mu\le 285+2,492.\frac{20,41}{\sqrt{25}}$$

Vậy $274,83kg\le\mu\le 295,17kg$. Trung bình mỗi tuần hiệu quả bán từ 274,83 kg đến 295,17kg kẹo.

ĐỀ SỐ 4

1. Có 3 giống lúa, sản lượng của chúng (đơn vị tấn/ha) là 3 đại lượng ngẫu nhiên $X_1 \in N(8;0,8), X_2 \in N(10;0,6), X_3 \in N(10;0,5)$. Cần chọn một trong 3 giống để trồng, theo bạn cần chọn giống nào?Tại sao?
2. Số kw giờ điện sử dụng trong 1 tháng của hộ loại A là $X \in N(90;100)$. Một tổ dân phố gồm 50 hộ loại A. Giá điện là 2000 đ/kw giờ, tiền phí dịch vụ là 10 000 đ một tháng. Dự đoán số tiền điện phải trả trong 1 tháng của tổ với độ tin cậy 95%.
3. X(%) và Y(cm) là 2 chỉ tiêu của một sản phẩm. Kiểm tra một số sản phẩm ta có:

Y \ X	0-2	2-4	4-8	8-10	10-12
100-105	5				
105-110	7	10			
110-115	3	9	16	9	
115-120		8	25	8	
120-125		15	13	17	8
125-130			15	11	9
130-135				14	6
135-140					5

a. Để ước lượng trung bình X với độ chính xác 0,2% thì đảm bảo độ tin cậy bao nhiêu?
b. Những sản phẩm có X dưới 2% là loại II. Ước lượng trung bình Y của sản phẩm loại II với độ tin cậy 95%.
c. Các sản phẩm có Y $\geq$ 125cm là loại I. Để ước lượng trung bình X các sản phẩm loại I cần điều tra thêm bao nhiêu sản phẩm nữa , nếu muốn độ chính xác là 0,3% và độ tin cậy 95%?
d. Giả sử Y của sản phẩm loại II có phân phối chuẩn, ước lượng phương sai của Y những sản phẩm loại II với độ tin cậy 90%.

BÀI GIẢI

1. Chọn giống X_3 vì năng suất trung bình cao nhất (kỳ vọng lớn nhất) và độ ổn định năng suất cao nhất (phương sai bé nhất) .
2. Trước hết ước lượng khoảng số kw giờ điện 1 hộ loại A phải dùng trong 1 tháng.

Dùng quy tắc 2σ, ta có: $a - u\sigma \leq \mu \leq a + u\sigma$

$a = 90, \sigma = 10$

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$

$\Phi(u) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,974 \Rightarrow u = 1,96$

$\rightarrow \quad 90 - 1,96.10 \le \mu \le 90 + 1,96.10 \rightarrow 70,4 \le \mu \le 109,6$

Vậy hộ loại A dùng từ 70,4 kw giờ đến 109,6 kg giờ điện trong 1 tháng

Trong 1 tháng cả tổ phải trả số tiền từ $50(70,4.2000 + 10000)$ đồng đến $50(109,6.2000 + 10000)$ đồng , tức là khoảng từ 7 540 000 đ đến 11 460 000 đồng .

3. a. n=213, $\overline{x} = 6,545$, $s_x = 3,01$. $\epsilon = 0,2$

$\frac{ts_x}{\sqrt{n}} = \epsilon \rightarrow \quad t = \frac{\epsilon.\sqrt{n}}{s_x} = \frac{0,2.\sqrt{213}}{3,01} = 0,97$

$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi(0,97) = 0,8340 \rightarrow \alpha = (1 - 0,8340)2 = 0,332$

Độ tin cậy $\gamma = 1 - \alpha = 0,668 = 66,8\%$.

b. $n_2 = 15, \overline{y_2} = 106,83, s_2 = 3,72$,

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$

$t_{(0,05;14)} = 2,145$

$\overline{y_2} - t\frac{s_2}{\sqrt{n_2}} \le \mu \le \overline{y_2} + t\frac{s_2}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow 106,83 - 2,145.\frac{3,72}{\sqrt{15}} \le \mu \le 106,83 + 2,145.\frac{3,72}{\sqrt{15}}$

Vậy $104,77cm \le \mu \le 108,89cm$, trung bình chỉ tiêu Y của sản phẩm loại II

từ 104,77 cm đến 108,89 cm.

c. $s_1 = 1,91$, $t_{(0,05)} = 1,96$, $\epsilon = 0,3$.

$\frac{ts_x}{\sqrt{n}} \le \epsilon \rightarrow \quad n \ge (\frac{ts_x}{\epsilon})^2$

$n \geq (\frac{1,96.1,91}{0,3})^2 = 155,7 \to n \geq 156$. Mà $n_1 = 60$, nên điều tra thêm ít nhất 156-60=96 sản phẩm loại I nữa.

d. Khoảng ước lượng phương sai

$$\frac{(n-1)s_y^2}{X^2_{(\frac{\alpha}{2};n-1)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s_y^2}{X^2_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)}}]$$

n=15, $s_y^2 = 13,81$, $X^2_{(0,025;14)} = 6,4$, $X^2_{(0,95;14)} = 6,571$

Khoảng ước lượng phương sai của Y (các sản phẩm loại II) là

$[\frac{14.13,81}{6,4};\frac{14.13,81}{6,571}]$, tức là từ 7,32 cm^2 đến 29,42 cm^2.

ĐỀ SỐ 5

1. Có 3 lô sản phẩm, mỗi lô có 10 sản phẩm. Lô thứ i có i phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên ở mỗi lô 1 sản phẩm. Tính xác suất:

   a. Cả 3 đều tốt.
   b. Có đúng 2 tốt.
   c. Số sản phẩm tốt đúng bằng số đồng xu sấp khi tung 2 đồng xu.

2. Theo dõi sự phát triển chiều cao của cây bạch đàn trồng trên đất phèn sau một năm, ta có:

x_i (cm)	250-300	300-350	350-400	400-450	450-500	500-550	550-600
n_i	5	20	25	30	30	23	14

   a. Biết chiều cao trung bình của bạch đàn sau một năm trồng trên đất không phèn là 4,5m. Với mức ý nghĩa 0,05 có cần tiến hành biện pháp kháng phèn cho bạch đàn không?
   b. Để ước lượng chiều cao trung bình bạch đàn một năm tuổi với độ chính xác 0,2m thì đảm bảo độ tin cậy là bao nhiêu?
   c. Những cây cao không quá 3,5m là chậm lớn. Ước lượng chiều cao trung bình các cây chậm lớn với độ tin cậy 98%.
   d. Có tài liệu cho biết phương sai chiều cao bạch đàn chậm lớn là 400. Với mức ý nghĩa 5%, có chấp nhận điều này không?

BÀI GIẢI

1.

   a. $p = 0,9.0,8.0,7 = 0,504$
   b. $p = 0,9.0,8.0,3 + 0,9.0,2.0,7 + 0,1.0,8.0,7 = 0,398$
   c. X: số đồng xu sấp khi tung 2 đồng xu. X=0,1,2.

   Y: số sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm

   p=p[Y=0]+p[Y=1]+p[Y=2] $\rightarrow$

   $p = 0,1.0,2.0,3 + 0,9.0,2.0,3 + 0,1.0,8.0,3 + 0,1.0,2.0,7 + 0,398 = 0,496$

2.

   a. $H_0 : \mu = 450$

$H_1 : \mu \neq 450$

$$T_{tn} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s}$$

$\overline{x} = 438, n = 147, s = 81,53$

$$T_{tn} = \frac{(438 - 450)\sqrt{147}}{81,53} = 1,78$$

$t_{(0,05)} = 1,96$

$|T_{tn}| < t_{(0,05)}$: chấp nhận H_0, chưa cần biện pháp kháng phèn cho bạch đàn.

b. $\overline{x} = 438, n = 147, s = 81,53, \epsilon = 0,2m = 20cm$

$$\frac{ts_x}{\sqrt{n}} = \epsilon \rightarrow \quad t = \frac{\epsilon.\sqrt{n}}{s_x} = \frac{20.\sqrt{147}}{81,53} = 2,97$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi(2,97) = 0,9985 \rightarrow \alpha = (1 - 0,9985)2 = 0,003$$

Độ tin cậy $\gamma = 1 - \alpha = 0,997 = 99,7\%$.

c. $n_{cl} = 25, \overline{x}_{cl} = 315$, $s_{cl} = 20,41$

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,98 = 0,02$

$t_{(0,02;24)} = 2,492$

$$\overline{x}_{cl} - t\frac{s_{cl}}{\sqrt{n_{cl}}} \leq \mu \leq \overline{x}_{cl} + t\frac{s_{cl}}{\sqrt{n_{cl}}} \Rightarrow 315 - 2,492.\frac{20,41}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 315 + 2,492.\frac{20,41}{\sqrt{25}}$$

Vậy $304,83cm \leq \mu \leq 325,17cm$

d. $H_0 : \sigma^2 = 400$

$H_1 : \sigma^2 \neq 400$

$$X^2 = \frac{(n-1)S_{cl}^2}{\sigma_0^2} \rightarrow \quad X^2 = \frac{(25-1)20,41^2}{400} = 24,994$$

$$X^2_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} = X^2_{(0,975;24)} = 12,4$$

$$X^2_{(\frac{\alpha}{2};n-1)} = X^2_{(0,025;24)} = 39,4$$

$X^2_{(0,975;24)} < X^2 < X^2_{(0,025;24)}$: Chấp nhận H_0.

ĐỀ SỐ 6

1. Một máy sản xuất với tỷ lệ phế phẩm 5%. Một lô sản phẩm gồm 10 sản phẩm với tỷ lệ phế phẩm 30%. Cho máy sản xuất 3 sản phẩm và từ lô lấy thêm 3 sản phẩm. X là số sản phẩm tốt trong 6 sản phẩm này.

   a. Lập bảng phân phối của X.
   b. Không dùng bảng phân phối của X, tính M(X) và D(X).

2. Tiến hành quan sát độ bền $X\,(kg/mm^2)$ của một loại thép, ta có:

x_i (cm)	95-115	115-135	135-155	155-175	175-195	195-215	215-235
n_i	15	19	23	31	29	21	6

   a. Sẽ đạt độ tin cậy bao nhiêu khi ước lượng độ bền trung bình X với độ chính xác $3kg/mm^2$?
   b. Bằng cách thay đổi thành phần nguyên liệu khi luyện thép , người ta làm cho độ bền trung bình của thép là $170kg/mm^2$. Cho kết luận về cải tiến này với mức ý nghĩa 1%.
   c. Thép có độ bền từ $195kg/mm^2$ trở lên gọi là thép bền. Ước lượng độ bền trung bình của thép bền với độ tin cậy 98%.
   d. Có tài liệu cho biết tỷ lệ thép bền là 40%. Cho nhận xét về tài liệu này với mức ý nghĩa 1%.

BÀI GIẢI

1.

a. X_1: số sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm máy sản xuất ra.

$X_1 \in B(3;0,95)$

$p[X_1 = k] = C_3^k 0,95^k 0,05^{3-k}$

X_1	0	1	2	3
p_i	0,000125	0,007125	0,135375	0,857375

X_2: số sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm lấy ra từ lô 10 sản phẩm.

X_2 thuộc phân phối siêu bội

$$p[X_2 = k] = \frac{C_7^k . C_3^{3-k}}{C_{10}^3}.$$

X_2	0	1	2	3
p_i	$\frac{1}{120}$	$\frac{21}{120}$	$\frac{63}{120}$	$\frac{25}{120}$

$X = X_1 + X_2$: số sản phẩm tốt trong 6 sản phẩm

$$p[X = 0] = p[X_1 = 0].p[X_2 = 0] = 0,000125.\frac{1}{120} = 0,000001$$

$$p[X = 1] = p[X_1 = 0, X_2 = 1] + p[X_1 = 1, X_2 = 0] = 0,000125.\frac{21}{120} + 0,007125.\frac{1}{120} = 0,000081$$

Tương tự , ta có :

$$p[X = 2] = 0,002441.$$

$$p[X = 3] = p[X_1 = 0, X_2 = 3] + p[X_1 = 1, X_2 = 2] + p[X_1 = 2, X_2 = 1]$$

$$+ p[X_1 = 3, X_2 = 0] \ .$$

$$p[X = 4] = p[X_1 = 0, X_2 = 4] + p[X_1 = 1, X_2 = 3] + p[X_1 = 2, X_2 = 2]$$

$$+ p[X_1 = 3, X_2 = 1] + p[X_1 = 4, X_2 = 0] .$$

$$p[X = 5] = p[X_1 = 0, X_2 = 5] + p[X_1 = 1, X_2 = 4] + p[X_1 = 2, X_2 = 3]$$

$$+ p[X_1 = 3, X_2 = 2] + p[X_1 = 4, X_2 = 1] + p[X_1 = 5, X_2 = 0].$$

$$p[X = 6] = p[X_1 = 0, X_2 = 6] + p[X_1 = 1, X_2 = 5] + p[X_1 = 2, X_2 = 4]$$

$$+ p[X_1 = 3, X_2 = 3] + p[X_1 = 4, X_2 = 2 \ + p[X_1 = 5, X_2 = 1] + p[X_1 = 6, X_2 = 0 \ .$$

b. $M(X) = M(X_1) + M(X_2)$

$M(X_1) = \Sigma x_i p_i = 2,85, M(X_2) = 2,025. \rightarrow \quad M(X) = 4,875.$

$D(X) = D(X_1) + D(X_2)$

$D(X_1) = M(X_1^2) - M^2(X_1) = 8,265 - 2,85^2 = 0,1425$

$D(X_2) = M(X_2^2) - M^2(X_2) = 4,9 - 2,025^2 = 0,7994. \rightarrow \quad D(X) = 0,9419 \quad .$

2.

a. n=144, $s_x = 33,41, \epsilon = 3$

$$\frac{ts_x}{\sqrt{n}} = \epsilon \rightarrow \quad t = \frac{\epsilon.\sqrt{n}}{s_x} = \frac{3.\sqrt{144}}{33,41} = 1,08$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi(1,08) = 0,8599 \rightarrow \alpha = (1 - 0,8599)2 = 0,2802$$

Độ tin cậy $\gamma = 1 - \alpha = 0,7198 = 71,98\%$.

b. $H_0 : \mu = 170$

$H_1 : \mu \neq 170$

$\overline{x} = 162,64, n = 144, s = 33,41$

$$T_{tn} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s} \rightarrow \quad T_{tn} = \frac{(162,64 - 170)\sqrt{144}}{33,41} = -2,644$$

$t_{(0,01)} = 2,58$

$|T_{tn}| > t_{(0,01;143)}$: bác bỏ H_0, cải tiến làm tăng độ bền của thép.

c. $n_{tb} = 27, \overline{x}_{tb} = 209,444, s_{tb} = 8,473,$

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,98 = 0,02$

$t_{(0,02;26)} = 2,479$

$$\overline{x}_{tb} - t\frac{s_{tb}}{\sqrt{n_{tb}}} \le \mu \le \overline{x}_{tb} + t\frac{s_{tb}}{\sqrt{n_{tb}}}$$

$$\Rightarrow 209,444 - 2,479.\frac{8,473}{\sqrt{27}} \le \mu \le 209,444 + 2,479.\frac{8,473}{\sqrt{27}}.$$

Vậy $205,36kg/mm^2 \le \mu \le 213,44kg/mm^2$.

d. $H_0 : p = 0,4; H_1 : p \ne 0,4$

$$f_{tb} = \frac{27}{144} = 0,1875$$

$$U_{tn} = \frac{f_{tb} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,1875 - 0,4}{\sqrt{\frac{0,4.0,6}{144}}} = -5,025$$

$$t_{(0,01)} = 2,58$$

$|U_{tn}| > U$, bác bỏ H_0:tài liệu cho tỷ lệ quá cao so với thực tế.

ĐỀ SỐ 7

1. Ở một xí nghiệp may mặc, sau khi may quần áo, người ta đóng thành từng kiện , mỗi kiện 3 bộ (3 quần, 3 áo). Khi đóng kiện thường có hiện tượng xếp nhầm số. Xác suất xếp quần đúng số là 0,8. Xác suất xếp áo đúng số là 0,7. Mỗi kiện gọi là được chấp nhận nếu số quần xếp đúng số và số áo xếp đúng số là bằng nhau.

   a. Kiểm tra 100 kiện. Tìm xác suất có 40 kiện được chấp nhận.
   b. Phải kiểm tra ít nhất bao nhiêu kiện để xác suất có ít nhất một kiện được chấp nhận không dưới 90%?

2. X(%) và Y(kg/mm^2) là 2 chỉ tiêu của một sản phẩm. Kiểm tra một số sản phẩm ta có:

Y \ X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
115-125	7				
125-135	12	8	10		
135-145		20	15	2	
145-155		19	16	9	5
155-165				8	3

   a. Giả sử trung bình tiêu chuẩn của Y là $120kg/mm^2$. Cho nhận xét về tình hình sản xuất với mức ý nghĩa 1%.
   b. Sản phẩm có chỉ tiêu $X \geq 15\%$ là sản phẩm loại A. Ước lượng trung bình chỉ tiêu X của sản phẩm loại A với độ tin cậy 99% . Ước lượng điểm tỷ lệ sản phẩm loại A .
   c. Để ước lượng trung bình chỉ tiêu Y với độ chính xác $0,6kg/mm^2$ thì đảm bảo độ tin cậy là bao nhiêu?
   d. Lập phương trình tương quan tuyến tính của X theo Y. Biết $Y = 145kg/mm^2$ dự đoán X.

BÀI GIẢI

1.

   a. p(A): xác suất một kiện được chấp nhận

   X_1 :số quần xếp đúng số trên 3 quần, $X_1 \in B(3;0,8)$

   X_2 :số áo xếp đúng số trên 3 áo, $X_2 \in B(3;0,7)$

$p(A) = p[X_1 = 0, X_2 = 0] + p[X_1 = 1, X_2 = 1] + p[X_1 = 2, X_2 = 2] + p[X_1 = 3, X_2 = 3]$

$= C_3^0 0,8^0.0,2^3.C_3^0 0,7^0.0,3^3$

$+C_3^1 0,8^1.0,2^2.C_3^1 0,7^1.0,3^2$

$+C_3^2 0,8^2.0,2^1.C_3^2 0,7^2.0,3^1$

$+C_3^3 0,8^3.0,2^0.C_3^3 0,7^3.0,3^0$ =0,36332

X: số kiện được chấp nhận trong 100 kiện, $X \in B(100; 0,36332) \approx N(36,332; 23,132)$

$$p[X = 40] = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(\frac{k - np}{\sqrt{npq}})$$
$$= \frac{1}{4,81} \varphi(\frac{40 - 36,332}{4,81}) = \frac{1}{4,81} \varphi(0,76) = \frac{0,2898}{4,81} = 0,062$$

b. Gọi n là số kiện phải kiểm tra.

M: ít nhất một kiện được chấp nhận.

$P(M) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\overline{A}) = 1 - 0,63668^n \geq 0,9$.

$0,63668^n \leq 0,1 \Rightarrow n \geq \log_{0,63668} 0,1 = 5,1 \rightarrow n \geq 6$

Vậy phải kiểm tra ít nhất 6 kiện.

2.

a. $H_0 : \mu = 120$

$H_1 : \mu \neq 120$

$n = 134, \overline{y} = 142,01, s_y = 10,46$

$$T_{tn} = \frac{(\overline{y} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_y}$$

$$T_{tn} = \frac{(142,01-120)\sqrt{134}}{10,46} = 24,358$$

$t_{(0,01)} = 2,58$

$|T_{tn}| > t_{(0,01)}$: bác bỏ H_0, sản xuất chỉ tiêu Y vượt tiêu chuẩn cho phép.

b. $n_A = 27, \overline{x}_A = 18,98, s_A = 2,3266$,

$\alpha = 1-\gamma = 1-0,99 = 0,01$

$t_{(0,01;26)} = 2,779$

$$\overline{x}_A - t\frac{s_A}{\sqrt{n_A}} \le \mu \le \overline{x}_A + t\frac{s_A}{\sqrt{n_A}}$$

$$\Rightarrow 18,98 - 2,779.\frac{2,3266}{\sqrt{27}} \le \mu \le 18,98 + 2,779.\frac{2,3266}{\sqrt{27}}.$$

Vậy $17,74\% \le \mu \le 20,22\%$

$$f_A = \frac{27}{134} = 0,2 \rightarrow \quad p_A \approx 20\%$$

c. $n = 134, \overline{y} = 142,0149, s_y = 10,4615$, $\epsilon = 0,6$

$$\frac{ts_y}{\sqrt{n_y}} = \epsilon \rightarrow \quad t = \frac{\epsilon.\sqrt{n}}{s_y} = \frac{0,6.\sqrt{134}}{10,4615} = 0,66.$$

$$1-\frac{\alpha}{2} = \Phi(0,66) = 0,7454 \rightarrow \alpha = (1-0,7454)2 = 0,5092$$

Độ tin cậy $\gamma = 1-\alpha = 0,4908 = 49,08\%$

d. $\dfrac{x-\overline{x}}{s_x} = r_{xy}\dfrac{y-\overline{y}}{s_y} \rightarrow \quad x = -37,2088 + 0,3369y$.

$x_{145} = -37,2088 + 0,3369.145 = 11,641(\%)$.

ĐỀ SỐ 8

1. Sản phẩm được đóng thành hộp. Mỗi hộp có 10 sản phẩm trong đó có 7 sản phẩm loại A. Người mua hàng quy định cách kiểm tra như sau: Từ hộp lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm, nếu cả 3 sản phẩm loại A thì nhận hộp đó, ngược lại thì loại. Giả sử kiểm tra 100 hộp.

   a. Tính xác suất có 25 hộp được nhận.
   b. Tính xác suất không quá 30 hộp được nhận.
   c. Phải kiểm tra ít nhất bao nhiêu hộp để xác suất có ít nhất 1 hộp được nhận $\geq 95\%$?

2. Tiến hành khảo sát số gạo bán hàng ngày tại một cửa hàng, ta có

x_i (kg)	110-125	125-140	140-155	155-170	170-185	185-200	200-215	215-230
n_i	2	9	12	25	30	20	13	4

   a. Giả sử chủ cửa hàng cho rằng trung bình mỗi ngày bán không quá 140kg thì tốt hơn là nghỉ bán. Từ số liệu điều tra, cửa hàng quyết định thế nào với mức ý nghĩa 0,01?
   b. Những ngày bán $\geq$ 200kg là những ngày cao điểm. Ước lượng số tiền bán được trung bình trong ngày với độ tin cậy 99%, biết giá gạo là 5000/kg.
   c. Ước lượng tỷ lệ ngày cao điểm .
   d. Để ước lượng tỷ lệ ngày cao điểm với độ chính xác 5% thì đảm bảo độ tin cậy bao nhiêu?

BÀI GIẢI

1.

   a. A: biến cố 1 hộp được nhận.

$$p(A) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = 0,29$$

X: số hộp được nhận trong 100 hộp. $X \in B(100;0,29) \approx N(29;20,59)$

$$p[X = 25] = \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(\frac{k-np}{\sqrt{npq}})$$
$$= \frac{1}{\sqrt{20,59}}\varphi(\frac{25-29}{\sqrt{20,59}}) = \frac{1}{\sqrt{20,59}}\varphi(-0,88) = \frac{0,2709}{\sqrt{20,59}} = 0,0597$$

b. $p[0 \le X \le 30] = \Phi(\frac{30-29}{\sqrt{20,59}}) - \Phi(\frac{0-29}{\sqrt{20,59}}) = \Phi(0,22) - \Phi(-6,39)$

$= \Phi(6,39) + \Phi(0,22) - 1 = 0,5871$

c. n: số hộp phải kiểm tra.

$p = 1 - 0,71^n$.

$1 - 0,71^n \ge 0,95 \Rightarrow 0,71^n \le 0,05 \Rightarrow n \ge \log_{0,71} 0,05 = 8,7$.

Vậy phải kiểm tra ít nhất 9 hộp.

2.

a. $H_0 : \mu = 140$

$H_1 : \mu \ne 140$

$n = 115, \overline{x} = 174,11, s_x = 23,8466$

$T_{tn} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_x}$

$T_{tn} = \frac{(174,11 - 140)\sqrt{115}}{23,8466} = 15,34$

$t_{(0,01)} = 2,58$

$| T_{tn} | > t_{(0,01;114)}$: bác bỏ H_0, trung bình mỗi ngày cửa hàng bán hơn 140kg gạo.

b. $n_{cd} = 17, \overline{x}_{cd} = 211,03, s_{cd} = 6,5586$

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,99 = 0,01$

$t_{(0,01;16)} = 2,921$

$$\overline{x}_{cd} - t\frac{s_{cd}}{\sqrt{n_{cd}}} \le \mu \le \overline{x}_{cd} + t\frac{s_{cd}}{\sqrt{n_{cd}}} \Rightarrow 211,03 - 2,921.\frac{6,5586}{\sqrt{17}} \le \mu \le 211,03 + 2,921.\frac{6,5586}{\sqrt{17}}$$

Vậy $206,38kg \le \mu \le 215,68kg$.

Số tiền thu được trong ngày cao điểm từ 515 950 đ đến 539 200 đ.

c. $f_{cd} = \frac{17}{115} = 0,1478$. $p_{cd} \approx 14,78\%$

d. $f_{cd} = 0,1478, n = 115, \epsilon = 0,05$

$$u\sqrt{\frac{f_{cd}(1-f_{cd})}{n}} = \epsilon \Rightarrow u = 0,05\sqrt{\frac{115}{0,1478.0,8522}} = 1,51.$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi(u) = \Phi(1,51) = 0,9345 \Rightarrow \alpha = 2(1 - 0,9345) = 0,13$$

Độ tin cậy: $\gamma = 1 - \alpha = 0,87 = 87\%$.

ĐỀ SỐ 9

1. Một máy tính gồm 1000 linh kiện A, 800 linh kiện B, 2000 linh kiện C. Xác suất hỏng của 3 loại linh kiện lần lượt là 0,001; 0,005 và 0,002. Máy tính ngưng hoạt động khi số linh kiện hỏng nhiều hơn 1. Các linh kiện hỏng độc lập với nhau.

   a. Tìm xác suất để có hơn 1 linh kiện loại A hỏng.
   b. Tìm xác suất để máy tính ngưng hoạt động.
   c. Giả sử đã có 1 linh kiện hỏng. Tìm xác suất để máy ngưng hoạt động trong hai trường hợp:

   c.1. Ở một thời điểm bất kỳ, số linh kiện hỏng tối đa là 1.

   c.2. Số linh kiện hỏng không hạn chế ở thời điểm bất kỳ.

2. Quan sát biến động giá 2 loại hàng A và B trong một tuần lễ, ta có

Giá của A (ngàn đồng)	52	54	48	50	56	55	51
Giá của A (ngàn đồng)	12	15	10	12	18	18	12

   a. Tìm ước lượng khoảng cho giá trị thật của A với độ tin cậy 95%.
   b. Có ý kiến cho rằng giá trị thật của A là 51 ngàn đồng. Bạn có nhận xét gì với mức ý nghĩa 5%?
   c. Giả sử giá của 2 loại hàng A và B có tương quan tuyến tính. Hãy ước lượng giá trung bình của A tại thời điểm giá của B là 12 ngàn đồng.

BÀI GIẢI

1.

a. X_a: số linh kiện A hỏng trong 1000 linh kiện. $X_a \in B(1000;0,001) \approx p(\lambda = np = 1)$

$p[X_a > 1] = 1 - p[X_a = 0] - p[X_a = 1]$

$= 1 - \dfrac{e^{-1}.1^0}{0!} - \dfrac{e^{-1}.1^1}{1!} = 0,264$

b. X_b: số linh kiện B hỏng trong 800 linh kiện. $X_b \in B(800;0,005) \approx p(\lambda = np = 4)$

$p[X_b > 1] = 1 - p[X_b = 0] - p[X_b = 1]$

$= 1 - \frac{e^{-4}.4^0}{0!} - \frac{e^{-4}.4^1}{1!} = 1 - 5e^{-4} = 0,908$

X_c : số linh kiện C hỏng trong 2000 linh kiện. $X_c \in B(2000; 0,002) \approx p(\lambda = np = 4)$

$p[X_c > 1] = 1 - p[X_c = 0] - p[X_c = 1]$

$= 1 - \frac{e^{-4}.4^0}{0!} - \frac{e^{-4}.4^1}{1!} = 1 - 5e^{-4} = 0,908$

H: biến cố máy tính ngưng hoạt động .

$p(H) = 1 - (p[X_a = 0, X_b = 0, X_c = 0] + p(1,0,0) + p(0,1,0) + p(0,0,1))$

$= 1 - (e^{-1}e^{-4}e^{-4} + e^{-1}e^{-4}e^{-4} + e^{-1}e^{-4}4e^{-4} + e^{-1}e^{-4}e^{-4}4)$

$= 1 - \frac{10}{e^9} = 0,9988$

c. H_1 : biến cố máy tính ngưng hoạt động trong trường hợp I.

$p(H_1) = p[X_a = 1, X_b = 0, X_c = 0] + p(0,1,0) + p(0,0,1))$

$= e^{-1}e^{-4}e^{-4} + e^{-1}e^{-4}4e^{-4} + e^{-1}e^{-4}e^{-4}4$

$= \frac{9}{e^9} = 0,001$

H_2 : biến cố máy tính ngưng hoạt động trong trường hợp II.

$p(H_2) = 1 - p[X_a = 0, X_b = 0, X_c = 0]$

$= 1 - e^{-1}e^{-4}e^{-4}$

$= 1 - \frac{1}{e^9} = 0,9999$

2.

a. $n=7, \overline{x}_a = 52,286, s_a = 2,87$

$\alpha = 1-\gamma = 1-0,95 = 0,05$

$t_{(0,05;6)} = 2,447$

$$\overline{x}_a - t\frac{s_a}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{x}_a + t\frac{s_a}{\sqrt{n}} \Rightarrow 52,286 - 2,447.\frac{2,87}{\sqrt{7}} \le \mu \le 52,286 + 2,447.\frac{2,87}{\sqrt{7}}$$

Vậy $49,631 \le \mu \le 54,940$.

Giá trị thật của A trong khoảng từ 49 631 đ đến 54 940 đ.

b. $H_0 : \mu = 51$

$H_1 : \mu \ne 51$

$n=7, \overline{x} = 52,286, s = 2,87$

$$T_{tn} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s}$$

$$T_{tn} = \frac{(52,286 - 51)\sqrt{7}}{2,87} = 1,19$$

$t_{(0,05;6)} = 2,447$

$|T_{tn}| < t_{(0,05;6)}$: chấp nhận H_0, giá trị thật của A là 51 000 đ.

c. $\dfrac{x_a - \overline{x}_a}{s_a} = r_{ab}\dfrac{x_b - \overline{x_b}}{s_b}$

$x_a = 40,380 + 0,859x_b$

$x_a(12) = 40,380 + 0,859.12 = 50,688$ (ngàn đồng) .

ĐỀ SỐ 10

1. Hàng sản xuất xong được đóng kiện, mỗi kiện 10 sản phẩm. Kiện loại I có 5 sản phẩm loại A. Kiện loại II có 3 sản phẩm loại A.

   Để xem một kiện là loại I hay loại II, người ta quy định cách kiểm tra: lấy ngẫu nhiên từ kiện ra 3 sản phẩm và nếu có quá 1 sản phẩm loại A thì xem đó là kiện loại I, ngược lại thì xem đó là kiện loại II.

   a. Giả sử kiểm tra 100 kiện loại I. Tính xác suất phạm sai lầm 48 lần.
   b. Giả sử trong kho chứa $\frac{2}{3}$ số kiện loại I, $\frac{1}{3}$ số kiện loại II. Tính xác suất phạm sai lầm khi kiểm tra .

2. Tiến hành quan sát về độ chảy $X(kg/mm^2)$ và độ bề $Y(kg/mm^2)$ của một loại thép ta có:

X / Y	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
75-95	7	4			
95-115	6	13	20		
115-135		12	15	10	
135-155		8	8	5	3
155-175			1	2	2

   a. Lập phương trình tương quan tuyến tính của độ bền theo độ chảy.
   b. Thép có độ bền từ $135kg/mm^2$ trở lên gọi là thép bền. Hãy ước lượng độ chảy trung bình của thép bền với độ tin cậy 99%.
   c. Giả sử độ chảy trung bình tiêu chuẩn là $50kg/mm^2$. Cho nhận xét về tình hình sản xuất với mức ý nghĩa 5%.
   d. Để ước lượng tỷ lệ thép bền với độ tin cậy 80% ,độ chính xác 4% và ước lượng độ chảy trung bình với độ tin cậy 90%, độ chính xác $0,8kg/mm^2$ thì cần điều tra thêm bao nhiêu trường hợp nữa?

BÀI GIẢI

1.

a. $p(S_1)$: xác suất phạm sai lầm khi kiểm tra kiện loại I

(kiện loại I mà cho là kiện loại II)

$$p(S_1)=\frac{C_5^0.C_5^3}{C_{10}^3}+\frac{C_5^1.C_5^2}{C_{10}^3}=0,5$$

X:số kiện phạm sai lầm khi kiểm tra 100 kiện loại I. $X\in B(100;0,5)\approx N(50;25)$

$$p[X=48]=\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(\frac{k-np}{\sqrt{npq}})=\frac{1}{\sqrt{25}}\varphi(\frac{48-50}{\sqrt{25}})=\frac{1}{5}\varphi(-0,4)=\frac{0,3683}{5}=0,07366$$

b. $p(S_2)$: xác suất phạm sai lầm khi kiểm tra kiện loại II

(kiện loại II mà cho là kiện loại I)

$$p(S_2)=\frac{C_3^2.C_7^1}{C_{10}^3}+\frac{C_3^3.C_7^0}{C_{10}^3}=0,18$$

p(I): xác suất chọn kiện loại I. p(II): xác suất chọn kiện loại II. p(S): xác suất phạm sai lầm.

$$p(S)=p(I)p(S_1)+p(II)p(S_2)=\frac{2}{3}.0,5+\frac{1}{3}.0,18=0,39$$

2.

a. $\frac{y-\overline{y}}{s_y}=r_{xy}\frac{x-\overline{x}}{s_x}\rightarrow\quad y=53,33+1,18x$

b. $n_{tb}=29,\overline{x}_{tb}=63,10,s_{tb}=10,725$

$\alpha=1-\gamma=1-0,99=0,01$

$t_{(0,01;28)}=2,763$

$$\overline{x}_{tb}-t\frac{s_{tb}}{\sqrt{n_{tb}}}\le\mu\le\overline{x}_{tb}+t\frac{s_{tb}}{\sqrt{n_{tb}}}\Rightarrow 63,10-2,763.\frac{10,725}{\sqrt{29}}\le\mu\le 63,10+2,763.\frac{10,725}{\sqrt{29}}$$

Vậy $57,60kg/mm^2\le\mu\le 68,6kg/mm^2$.

c. $H_0 : \mu = 50$

$H_1 : \mu \neq 50$

$n = 116, \overline{x} = 56,8966, s_x = 9,9925$

$$T_{tn} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_x}$$

$$T_{tn} = \frac{(56,8966 - 50)\sqrt{116}}{9,9925} = 7,433$$

$t_{(0,05)} = 1,96$

$|T_{tn}| > t_{(0,05)}$: bác bỏ H_0, độ chảy lớn hơn tiêu chuẩn cho phép.

d. $t\sqrt{\frac{f(1-f)}{n_1}} \leq \epsilon_1 \to n_1 \geq (\frac{t}{\epsilon_1})^2 . f(1-f)$

$t_{(0,2)} = 1,28$, $\epsilon_1 = 0,04$, $f = \frac{29}{116} = 0,25$

$n_1 \geq (\frac{1,28}{0,04})^2 .0,25.0,75 = 192$

$\frac{t.s_x}{\sqrt{n_2}} \leq \epsilon_2 . \to n_2 \geq (\frac{t.s_x}{\epsilon_2})^2$

$\alpha = 0,1 \to t_{0,1} = 1,65$, $\epsilon_2 = 0,8$, $s_x = 9,9925$

$n_2 \geq (\frac{1,65.9,9925}{0,8})^2 = 424,8$. $\to n_2 \geq 425 \to \max(n_1, n_2) = 425$

Cần thêm ít nhất 425-116=309 quan sát nữa .