

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3})$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$.

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$, biết hoành độ của điểm A bằng 2.

b) Tìm m để hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x - 1$ ($m \neq 2$) đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 3 (1,5 điểm). Cho phương trình $x^2 - x - m + 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 3$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ ($x_1 > x_2$) thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 5$.

Câu 4 (1,5 điểm).

a) Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 2\text{cm}$ và chiều cao $h = 5\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

b) Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thêm hai xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe được điều đến chở hàng theo dự định lúc đầu là bao nhiêu. Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau và mỗi xe chở một lượt.

Câu 5 (2,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C (C khác A). Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa C và N) với đường tròn. Gọi H là giao của CO và AD .

a) Chứng minh các điểm C, A, O, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $CH \cdot CO = CM \cdot CN$.

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CD theo thứ tự tại E, F . Đường thẳng vuông góc với CO tại O cắt CA, CD theo thứ tự tại P, Q . Chứng minh $PE + QF \geq PQ$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Chữ ký của giám thị:
Số báo danh: Phòng thi số:

LỜI GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 HY 2016

Câu 1: a) $A = A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{81} + 4\sqrt{9} = 9 + 4.3 = 21$

b) Giải hệ $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2.2+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y) = (2;-1)$

Câu 2: a) Vì A có hoành độ 2 và thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nên $y = 2.2^2 = 8$. Vậy $A(2; 8)$

b) Đề hàm số $y = (m-2)x-1$ đồng biến thì $m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$. Vậy $m > 2$.

Câu 3: a) Thay $m = 3$ vào PT ta có $x^2 - x - 3 + 2 = 0$ hay $x^2 - x - 1 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4.1(-1) = 5$ nên PT có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

b) PT $x^2 - x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta = (-1)^2 - 4.1(-m+2) > 0 \Leftrightarrow 4m - 7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$

Theo Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 & (1) \\ x_1 x_2 = -m + 2 & (2) \end{cases}$

Mà $2x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow x_2 = 5 - 2x_1$ (3) thay vào (1) ta có $x_1 + 5 - 2x_1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 4$ thay vào (3) có $x_2 = -3$

Thay $x_1 = 4$ và $x_2 = -3$ vào (2) ta có $-m + 2 = 4.(-3)$ nên $m = 14$ (nhận). Vậy $m = 14$.

Câu 4: a) $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.5 = 20\pi$ (cm²)

b) Gọi số xe ban đầu là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*$) thì số hàng mỗi xe phải chở theo dự định là $\frac{24}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế là $x + 2$ (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{24}{x+2}$ (tấn)

Theo bài ta có PT $\frac{24}{x} - \frac{24}{x+2} = 2 \Leftrightarrow \frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = 1$

$\Rightarrow 12(x+2) - 12x = x(x+2) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$; $\Delta' = 1^2 - 1.(-24) = 25$

$x_1 = 4$ (nhận) và $x_2 = -6$ (loại). Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Câu 5: Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C (C khác A). Từ C vẽ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa C và N) với đường tròn. Gọi H là giao điểm của CO và AD.

a) Chứng minh C, A, O, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn tâm O cắt CA, CD theo thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với CO tại O cắt CA, CD theo thứ tự tại P, Q. Tiếp tuyến tại M của đường tròn tâm O cắt CA, CD theo thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với CO tại O cắt CA, CD theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh $PE + QF \geq PQ$

LG:

a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O)) (gt)
 Nên $\angle CAO = \angle CDO = 90^\circ$ (theo tính chất tiếp tuyến)
 Suy ra C, A, O, D cùng thuộc một đường tròn. (đpcm)
 Cách 2: $\angle CAO = \angle CDO = 90^\circ$ nên $\angle CAO + \angle CDO = 180^\circ$
 Suy ra C, A, O, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại O có đường cao DH nên $CH \cdot CO = CD^2$ (1)

Chứng minh được $\triangle CMD \sim \triangle CDN$

nên có $CM \cdot CN = CD^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra đpcm.

c) $2\angle AEO = \angle AEF = \angle ECF + \angle CFE$

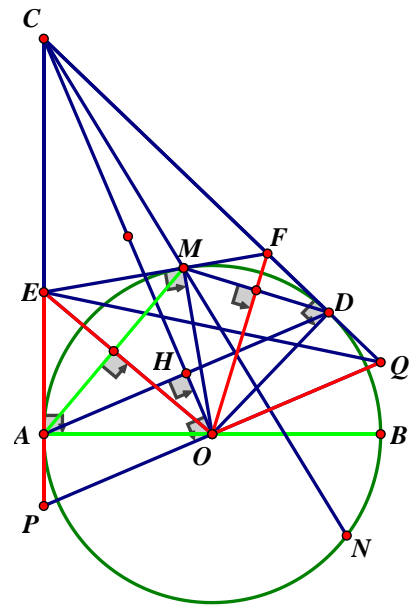
$$= 180^\circ - 2\hat{P} + 180^\circ - 2\widehat{QFO}$$

$$\text{nên } \angle AEO = 180^\circ - \angle QFO - \angle FQO = \angle QOF$$

Từ đó có $\triangle PEO \sim \triangle QOF$

Suy ra $PE \cdot QF = OQ^2$

Do đó theo BĐT Cô si $PE + QF \geq 2\sqrt{PE \cdot QF} = 2OQ = PQ$ (đpcm)



Câu 6: Cho a, b, c là các số dương và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$. Tìm min

$$P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{c^2 + ca + 2a^2}$$

LG: Bổ đề 1: Cho x, y, z, t là số thực thì ta có:

$$\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{z^2 + t^2} \geq \sqrt{(x+z)^2 + (y+t)^2} \quad (2)$$

$$\text{Thật vậy } (2) \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{z^2 + t^2})^2 \geq (x+z)^2 + (y+t)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + 2\sqrt{(x^2 + y^2)(z^2 + t^2)} \geq x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + 2(xz + yt)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x^2 + y^2)(z^2 + t^2)} \geq xz + yt \quad (3)$$

Nếu $xz + yt < 0$ thì (3) hiển nhiên đúng

Nếu $xz + yt \geq 0$ thì

$$(3) \Leftrightarrow (x^2 + y^2)(z^2 + t^2) \geq (xz + yt)^2 \Leftrightarrow (xt - yz)^2 \geq 0 \text{ (hiển nhiên đúng)}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{z} = \frac{y}{t}$ hay $\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$

Áp dụng bổ đề vào bài toán ta có:

$$\frac{P}{\sqrt{2}} = \sqrt{\left(a + \frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{4}b\right)^2} + \sqrt{\left(b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{4}c\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} \geq$$

$$\sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

$$\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4} + c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4} + \frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} = (a+b+c) \sqrt{\frac{5}{2}}$$

Bổ đề 2: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ (4) (dễ chứng minh)

$$\text{Mà } (4) \Leftrightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + zx)$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$$

Áp dụng bổ đề 2 ta có $a + b + c \geq \frac{1}{3}(\sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a})^2 = \frac{1}{3}$ (do $\sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} = 1$)

$$\text{Nên } \frac{P}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{3} \sqrt{\frac{5}{2}} \Leftrightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}. \text{ Dễ thấy khi } a = b = c = \frac{1}{9} \text{ thì } P = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

và $\sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} = 1$. Vậy min $P = \frac{\sqrt{5}}{3}$ khi $a = b = c = \frac{1}{9}$