TRƯỜNG THPT ÂN THI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ THPTQG NĂM 2015 - 2016 LẦN III

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = \dfrac{x}{x+1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x+1+\dfrac{9}{x+2}$ trên đoạn $[0;3]$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $2z = 5i + iz$, tính $|i.\bar{z} + 2|$

b) Giải phương trình $\log_2 x.\log_2(2x) - 2 = 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int\limits_0^1 (x-1)(e^x+1)dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;-5;6)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P)? Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)?

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\cos 2x - \sin x + 2 = 0$

b) Có 100 vé xổ số, trong đó chỉ có 1 vé trúng thưởng 100000 đồng, 5 vé trúng thưởng 50000 đồng, 10 vé trúng thưởng 10000 đồng, còn các vé khác không trúng thưởng. Một người mua 3 vé xổ số, tính xác suất để người đó trúng thưởng và có tổng số tiền thưởng là 110000 đồng?

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC}$ bằng 120^0 . Mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của CD. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa SA và BI?

Câu 8 (1,0 điểm). Giải phương trình sau: $(x^2+x+1)\sqrt{x}.\sqrt{3x^2+4x+1} = 9x^2+9x+2$

Câu 9 (1,0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi M là trung điểm của AD, đường thẳng qua M vuông góc với MB cắt CD tại E, gọi H là hình chiếu của M trên BE, gọi K là giao điểm của BD và AE. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ biết $ME : x - 3 = 0$, $H(-1;2)$ và $K\left(-\dfrac{1}{5};\dfrac{2}{5}\right)$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: $a+b+c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2+b^2} + \frac{1}{b^2+c^2} + \frac{1}{c^2+a^2}$$

——— Hết ———

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: ....; Số báo danh: ....

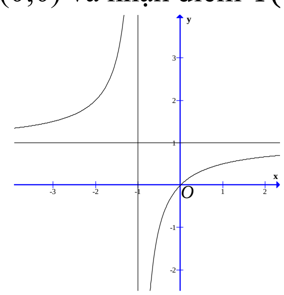
SỞ GD&ĐT HƯNG YÊN
TRƯỜNG THPT ÂN THI

ĐÁP ÁN THI THỬ THPTQG NĂM 2015 – 2016 LẦN III
MÔN TOÁN

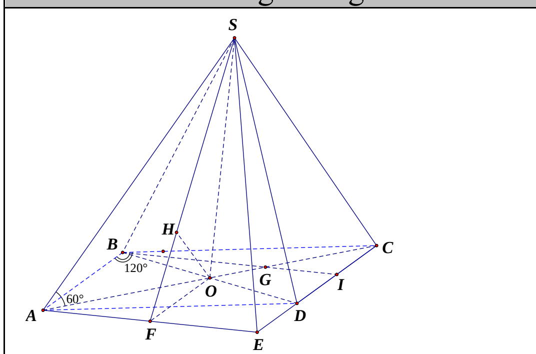
Thời gian làm bài 180 phút không kể thời gian giao đề.

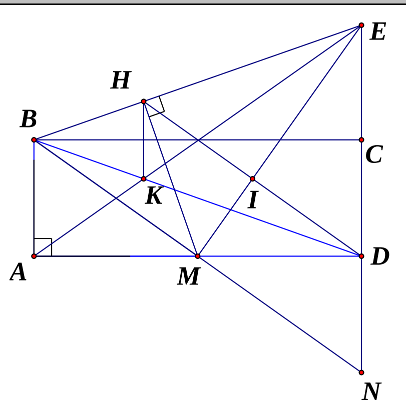
<table>
<tr><th>ĐÁP ÁN</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td>Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$;
$y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$
Hàm số không có cực trị</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$, suy ra đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số
$\lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty$, suy ra đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số
Bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccc}
x & -\infty & & -1 & & +\infty \\
\hline
y' & & + & \| & + & \\
\hline
y & & & +\infty \,\|\, & & 1 \\
 & & \nearrow & \| & \nearrow & \\
 & 1 & & \|\, -\infty & &
\end{array}$$

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị hàm số đi qua O(0;0) và nhận điểm $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng.

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+1+\dfrac{9}{x+2}$ trên $[0;3]$</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$
Ta có hàm số đã cho liên tục trên [0;3]
$y'=1-\dfrac{9}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;3)\\ x=-5\notin(0;3)\end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$y(0)=\dfrac{11}{2}$; $y(1)=5$; $y(3)=\dfrac{29}{5}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\max\limits_{[0;3]} y=\dfrac{29}{5}$ (tại $x=3$); $\min\limits_{[0;3]} y=5$ (tại $x=1$)</td><td>0,25</td></tr>
</table>

ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 3: a) Cho số phức z thỏa mãn $2z=5i+iz$, tính $\left\|i.\overline{z}+2\right\|$ **b**) Giải phương trình $\log_2 x.\log_2(2x)-2=0$	**1,0**
a) $2z=5i+iz \Leftrightarrow (2-i)z=5i \Leftrightarrow z=\dfrac{5i}{2-i} \Leftrightarrow z=\dfrac{5i(2+i)}{5} \Leftrightarrow z=-1+2i$	0,25
$\left\|i.\overline{z}+2\right\|=\left\|i(-1-2i)+2\right\|=\left\|4-i\right\|=\sqrt{17}$	0,25
b) ĐK: $x>0$ Ta có: $\log_2 x.\log_2(2x)-2=0 \Leftrightarrow \log_2 x.\left(1+\log_2 x\right)-2=0 \Leftrightarrow \log_2^2 x+\log_2 x-2=0$	0,25
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$ (thỏa mãn) Vậy phương trình có hai nghiệm $x=2; x=\dfrac{1}{4}$	0,25
Câu 4: Tính tích phân sau: $I=\int\limits_0^1 (x-1)(e^x+1)dx$	**1,0**
Đặt $\begin{cases}u=x-1\\ dv=(e^x+1)dx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du=dx\\ v=e^x+x\end{cases}$	0,5
$I=(x-1)(e^x+x)\Big\|_0^1-\int\limits_0^1(e^x+x)dx=1-\left(e^x+\dfrac{x^2}{2}\right)\Big\|_0^1=\dfrac{3}{2}-e$	0,5
Câu 5: Trong hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(2;-5;6)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z+3=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P)? Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)?	**1,0**
Ta có $d(I,(P))=\dfrac{\left\|2+10+12+3\right\|}{3}=9$ Mặt cầu (S) có phương trình (S): $(x-2)^2+(y+5)^2+(z-6)^2=81$	0,25
Gọi M là tiếp điểm của (S) và (P). Ta có M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P).	0,25
Mặt phẳng (P) có một vtpt là $\vec{n}(1;-2;2)$. Đường thẳng IM đi qua M có nhận $\vec{n}$ làm vtcp nên có phương trình $IM:\begin{cases}x=2+t\\ y=-5-2t\\ z=6+2t\end{cases}$	0,25
$M\in IM$ nên $M(2+t;-5-2t;6+2t)$ $M\in(P)$ nên $2+t+10+4t+12+4t+3=0 \Leftrightarrow t=-3$ Vậy $M(-1;1;0)$	0,25
Câu 6: a) Giải phương trình: $\cos 2x-\sin x+2=0$ **b**) Có 100 vé xổ số, trong đó chỉ có 1 vé trúng thưởng 100000 đồng, 5 vé trúng thưởng 50000 đồng, 10 vé trúng thưởng 10000 đồng, còn các vé còn lại không trúng thưởng. Một người mua 3 vé xổ số, tính xác suất để người đó trúng thưởng và có tổng số tiền thưởng là 110000 đồng?	**1,0**
a) $\cos 2x-\sin x+2=0 \Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-\sin x+2=0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x+\sin x-3=0$	0,25
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=\dfrac{-3}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\quad k\in\mathbb{Z}$	0,25

ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$	
b) Xét phép thử: “Mua 3 vé xổ số trong 100 vé xổ số” $n(\Omega) = C_{100}^{3}$ Gọi A là biến cố: “Người mua vé trúng thưởng được tổng số tiền là 110000 đồng” TH1: Người mua vé mua được 1 vé trúng thưởng 100000 đồng, 1 vé không trúng thưởng và 1 vé trúng thưởng 10000 đồng Trường hợp này có $C_1^1.C_{84}^1.C_{10}^1$ khả năng xảy ra	0,25
TH2: Người mua vé mua được 2 vé trúng thưởng 50000 đồng và 1 vé trúng thưởng 10000 đồng Trường hợp này có $C_5^2.C_{10}^1$ khả năng xảy ra Suy ra $n(A) = C_1^1.C_{84}^1.C_{10}^1 + C_5^2.C_{10}^1 = 940$ Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{940}{C_{100}^3} = \frac{47}{8085}$	0,25
Câu 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc ABC bằng 120^0 . Mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của CD. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa SA và BI	**1,0**
 Gọi $O = AC \cap BD$ Vì (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy (ABCD) nên $SO \perp (ABCD)$. Ta có ABCD là hình thoi cạnh a và góc ABC bằng 120^0 nên tam giác ABD và tam giác BCD là tam giác đều cạnh a, suy ra $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$	0,25
Ta có AC là hình chiếu của SA trên (ABCD) nên $(SA,(ABCD)) = (SA, AC) = SAC = 60^0$ $SO = AO\tan 60^0 = \frac{3a}{2}$; $\quad V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)	0,25
Gọi G là giao điểm của BI và AC, suy ra G là trọng tâm tam giác BCD. Dựng đường thẳng d qua A song song với BI cắt CD tại E. Khi đó ta có $BI // (SAE)$ Suy ra $d(BI, SA) = d(BI,(SAE)) = d(G,(SAE)) = \frac{4}{3}d(O,(SAE))$	0,25
Dễ thấy ABIE là hình chữ nhật và D là trung điểm của IE. Dựng OF//CD (với F là điểm thuộc AE) suy ra $OF \perp AE$ (1) Dựng OH vuông góc với SF tại H (2) Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AE$ (3) Từ (1) và (3) ta có $AE \perp OH$ (4) Từ (2) và (4) suy ra $OH \perp (SAE) \Rightarrow d(O,(SAE)) = OH$ Ta có $OF = \frac{1}{2}\left(AB + DE\right) = \frac{3a}{4}$ Tam giác SOF vuông tại O nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OF^2} = \frac{20}{9a^2} \Rightarrow OH = \frac{3a}{2\sqrt{5}}$	0,25

ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Vậy $d(SA,BI)=\frac{4}{3}OH=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$	
Câu 8: Giải phương trình sau: $(x^2+x+1)\sqrt{x}\sqrt{3x^2+4x+1}=9x^2+9x+2$	**1,0**
Điều kiện $\begin{cases} x\ge 0 \\ 3x^2+4x+1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge -\frac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x\ge 0$	0,25
Khi đó $(x^2+x+1)\sqrt{x}\sqrt{3x^2+4x+1}=9x^2+9x+2 \Leftrightarrow (x^2+x+1)\sqrt{x}\sqrt{(x+1)(3x+1)}=(3x+1)(3x+2)$ $\Leftrightarrow (x^2+x+1)\sqrt{x^2+x}=(3x+2)\sqrt{3x+1}$	0,25
$\Leftrightarrow (x^2+x)\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2+x}=(3x+1)\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x+1}$ (*) Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ trên $\mathbb{R}$ Ta có $f'(t)=3t^2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$	0,25
Suy ra (*) $\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x^2+x}\right)=f\left(\sqrt{3x+1}\right)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2+x}=\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow x^2-2x-1=0 \Leftrightarrow x=1+\sqrt{2}$ (vì x nhận giá trị không âm) Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1+\sqrt{2}$	0,25
Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD, gọi M là trung điểm của AD, đường thẳng qua M vuông góc với MB cắt CD tại E, gọi H là hình chiếu của M trên BE, gọi K là giao điểm của BD và AE. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết $ME: x-3=0$, $H(-1;2)$ và $K\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$	**1,0**
 Gọi $I=HD\cap ME$, $N=BM\cap CD$ Dễ thấy $\Delta ABM=\Delta DNM \Rightarrow BM=MN$ Tam giác EBN có ME là đường cao cũng là đường trung tuyến nên tam giác EBN cân tại E, suy ra $HEM=MED$ và $BE=EN=DE+AB$	0,25
Ta thấy hai tam giác vuông HME và DME có $HEM=MED$ và cạnh ME chung nên chúng bằng nhau, suy ra HM=MD, EH=ED suy ra D đối xứng với H qua ME Đường thẳng HD đi qua H và vuông góc với ME nên có phương trình $y-2=0$ $I=HD\cap ME$ nên $I(3;2)$ Vì I là trung điểm của HD nên $D(7;2)$	0,25
Ta có $\frac{BK}{KD}=\frac{AB}{DE}\Leftrightarrow\frac{BK+KD}{KD}=\frac{AB+DE}{DE}\Leftrightarrow\frac{BD}{KD}=\frac{BE}{EH}\Rightarrow HK//DE$ $\overrightarrow{HK}=\left(\frac{4}{5};-\frac{8}{5}\right)$ AD đi qua D nhận $\vec{n}=\frac{5}{4}\overrightarrow{HK}=(1;-2)$ làm vtpt nên có phương trình là $x-2y-3=0$	0,25

ĐÁP ÁN	ĐIỂM
$M = ME \cap AD$ nên $M(3;0)$ Vì M là trung điểm của AD nên $A(-1;-2)$ AB đi qua A nhận $\vec{n}$ làm vtcp nên có phương trình $2x+y+4=0$ BE đi qua H nhận $\overrightarrow{MH}=(-4;2)$ làm vtpt nên có phương trình $2x-y+4=0$ $B = AB \cap BE$ suy ra $B(-2;0)$ Gọi F là tâm của hình chữ nhật ABCD, vì F là trung điểm của BD nên $F\left(\frac{5}{2};1\right)$ Lại có F là trung điểm của AC nên $C(6;4)$ Vậy $A(-1;-2)$, $B(-2;0)$, C(6;4), D(7;2)	0,25
Câu 10: Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2+b^2}+\frac{1}{b^2+c^2}+\frac{1}{c^2+a^2}$	**1,0**
Ta có $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a^2+b^2} \ge 3\sqrt[3]{\frac{2}{a^2b^2(a^2+b^2)}} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{ab.ab.\frac{a^2+b^2}{2}}} \ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2.\left(\frac{ab+\frac{a^2+b^2}{2}}{2}\right)^2}}$	0,25
hay $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a^2+b^2} \ge \frac{12}{(a+b)^2}$ (1) Bằng cách chứng minh tương tự ta có $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{2}{b^2+c^2} \ge \frac{12}{(b+c)^2}$ (2) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{2}{c^2+a^2} \ge \frac{12}{(c+a)^2}$ (3) Từ (1), (2) và (3) ta có $P=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2+b^2}+\frac{1}{b^2+c^2}+\frac{1}{c^2+a^2} \ge 6\left(\frac{1}{(a+b)^2}+\frac{1}{(b+c)^2}+\frac{1}{(c+a)^2}\right)$	0,25
$\ge 18\sqrt[3]{\frac{1}{\left[(a+b)(b+c)(c+a)\right]^2}} \ge 18\sqrt[3]{\frac{1}{\left(\frac{2a+2b+2c}{3}\right)^6}} = \frac{9}{2}$	0,25
Vậy P nhỏ nhất bằng $\frac{9}{2}$, khi $a=b=c=1$	0,25