SỞ GD & ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT QUỐC OAI

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 4x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm $m \in \mathbb{R}$ để đường thẳng $y = mx - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{2x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức liên hợp của số phức iz biết rằng z là số phức thỏa mãn $z + (1+i).\overline{z} = 7 + 3i$.

b) Giải bất phương trình $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x^2} < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{3x-1}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e (x^2 + x.\ln x)dx.$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 4z - 5 = 0.$

Gọi A là giao điểm của mặt cầu (S) với tia Oz. Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\text{sinx} + \cos x = \cos 2x.$

b) Một lớp học có 3 học sinh có năng khiếu ngâm thơ, 4 học sinh có năng khiếu múa và 5 học sinh có năng khiếu hát. Cần chọn 6 học sinh trong số đó để thành lập đội văn nghệ của lớp. Tính xác suất để 6 học sinh được chọn có đủ cả học sinh có năng khiếu múa, hát và ngâm thơ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a; AD = a.$ Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \dfrac{a}{2}$, H là giao điểm của AC và $MD.$ Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a.$ Tính thể tích khối chóp $S.ADCM$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC theo a.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD = 2AB = 2AD.$ Gọi E là điểm thuộc đoạn AB sao cho $AB = 3AE$. Điểm F thuộc BC sao cho tam giác DEF cân tại $E.$ Biết $E(2;4)$; phương trình của EF là $2x + y - 8 = 0$; D thuộc đường thẳng $\text{d} : x + y = 0$ và điểm A có hoành độ nguyên thuộc đường thẳng $d' : 3x + y - 8 = 0.$ Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD.$

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x-2).\sqrt{1+\dfrac{3x}{y}} = 2x - y \\ y^2.\sqrt{1+\dfrac{3x}{y}} = 2x^2 + y^2 - 4x \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R}).$

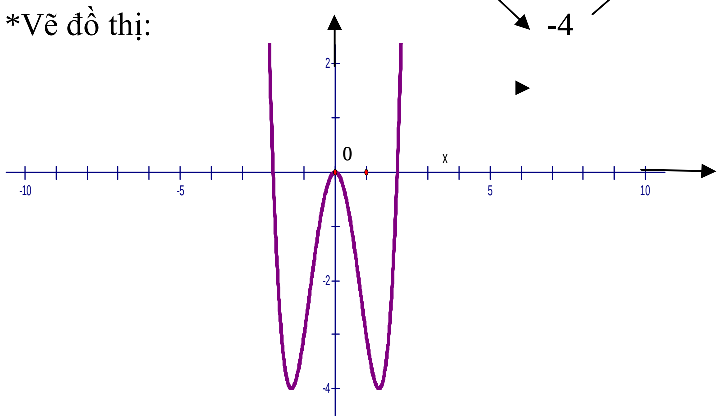
Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $xy + yz + xz = 1.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{x^2+y^2} + \dfrac{1}{y^2+z^2} + \dfrac{1}{z^2+x^2} + \dfrac{5}{2}(x+1)(y+1)(z+1).$

….........Hết ....

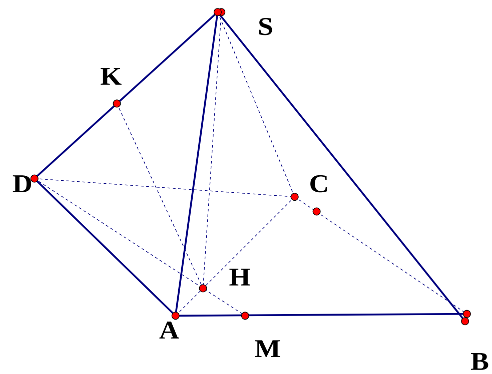
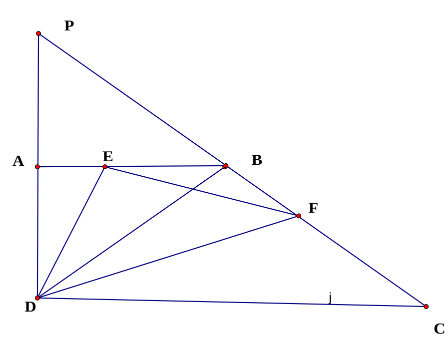
Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…………………………….. Số báo danh:………………………….

ĐÁP ÁN-THANG ĐIỂM , MÔN:TOÁN
THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp Án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Câu 1</td><td>*Tập xác định $D=\mathbb{R}$.
*Sự biến thiên:
-Chiều biến thiên : $y'=4x^3-8x; y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm\sqrt{2}$.
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-\sqrt{2})$ và $((0;\sqrt{2})$; đồng biến trên các khoảng $(-\sqrt{2};0)$ và $(\sqrt{2};+\infty)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>-Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{2}$; $y_{CT}=-4$;đạt cực đại tại $x=0$; $y_{CĐ}=0$.-Giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$
-Bảng biến thiên:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$-\sqrt{2}$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$\sqrt{2}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>0</td><td>$\searrow$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>
*Vẽ đồ thị:

</td><td>0,25
.
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 2</td><td>Gọi $d: y=mx-1$ và (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$.
Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của phương trình:
$\dfrac{x+2}{2x-1}=mx-1 \Leftrightarrow x+2=(2x-1)(mx-1)$ (do $x=\dfrac{1}{2}$ không là nghiệm)
$\Leftrightarrow 2mx^2-(m+3)x-1=0$ (1)
d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m\neq 0 \\ \Delta>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m^2+14m+9>0 \end{cases} \Leftrightarrow . \begin{cases} m\neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-7-2\sqrt{10} \\ m>-7+2\sqrt{10} \end{array}\right. \end{cases}$
Vậy $m<-7-2\sqrt{10}$ hoặc $m>-7+2\sqrt{10}$ và $m\neq 0$.</td><td>0,5
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 3a</td><td>Gọi $z=x+yi \quad (x,y\in\mathbb{R})$
$z+(1+i)\bar{z}=7+3i \Leftrightarrow x+yi+(1+i)(x-yi)=7+3i \Leftrightarrow x+yi+x-yi+ix+y=7+3i$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	$\Leftrightarrow (2x+y)+xi=7+3i \Leftrightarrow \begin{cases}2x+y=7\\ x=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases}$ $\Rightarrow z=3+i$ nên $iz=-1+3i$, do đó số phức liên hợp của iz là $-1-3i$.	0,25
3b	$\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2}<\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2}<\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 2x^2>3x-1 \Leftrightarrow x>1 \vee x<\frac{1}{2}.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x>1$ hoặc $x<\frac{1}{2}$.	0,5
Câu 4	Đặt $I=\int_1^e (x^2+x\ln x)dx=\int_1^e (x^2dx+\int_1^e x\ln xdx$. Xét $I_1=\int_1^e \frac{x^2}{2}dx=\frac{x^3}{3}\Big\vert_1^e=\frac{e^3-1}{3}$. Xét $I_2=\int_1^e x\ln xdx$ Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=xdx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du=\frac{dx}{x}\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$ Khi đó $I_2=\frac{x^2}{2}\ln x\Big\vert_1^e-\int_1^e \frac{x}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big\vert_1^e=\frac{e^2+1}{4}$. Vậy $I=\frac{4e^3+3e^2-1}{12}$	0,25 0,25 0.5
Câu 5	* Gọi $A(0;0;a)$. A thuộc mặt cầu (S) nên thay tọa độ A vào phương trình mặt cầu ta được $a^2-4a-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-1<0\\ a=5\end{array}\right.$ Vì A thuộc tia Oz nên $a=5$ Vậy $A(0;0;5)$. *Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{19}$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A nhận $\overrightarrow{IA}$ là véc tơ pháp tuyến nên có phương trình $3x+y-3z+15=0$.	0,5 0,5
Câu 6a	$sinx+cosx=cos2x \Leftrightarrow sinx+cosx=\cos^2 x-\sin^2 x$ $\Leftrightarrow (cosx+sinx)(cosx-sinx-1)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{cosx+sinx}=0\\ \text{cosx-sinx}=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=0\\ \sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{4}=k\pi\\ x+\frac{\pi}{4}=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{-\pi}{4}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})\\ x=k2\pi\end{array}\right.$ Vậy phương trình có các nghiệm là $x=\frac{-\pi}{4}+k\pi$; $x=\frac{-\pi}{2}+k2\pi$; $x=k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ b)Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^6=924$. Vì số học sinh có năng khiếu mỗi loại đều nhỏ hơn 6 nên đội văn nghệ phải có ít nhất hai trong ba loại năng khiếu trên. Gọi A là biến cố"6 học sinh được chọn chỉ có 2 loại năng khiếu" Thì $\bar{A}$ là biến cố "6 học sinh được chọn có đủ 3 loại năng khiếu ''. Xét số phần tử của A: *Số cách chọn đội văn nghệ không có học sinh có năng khiếu múa là: C_8^6 . *Số cách chọn đội văn nghệ không có học sinh có năng khiếu hát là C_7^6 *Số cách chọn đội văn nghệ không có học sinh có năng khiếu ngâm thơ là C_9^6 Vậy $n(A)=C_8^6+C_7^6+C_9^6=119 \Rightarrow n(\overline{A})=924-119=805.$	0.25 0.25 0.25

	Xác suất cần tính là: $P=\frac{805}{924}=\frac{115}{132}$.	0.25
Câu 7	*Ta có $S_{ADCM}=S_{ABCD}-S_{BCM}=2a^2-\frac{3a^2}{4}=\frac{5a^2}{4}$ $\Rightarrow V_{S.ADCM}=\frac{1}{3}SH.S_{ADCM}=\frac{5a^3}{12}.$ Vậy thể tích khối chóp S.ADCM là $\frac{5a^3}{12}.$  	0,5
	*Ta có $\overrightarrow{DM}.\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AD}\right)\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$ $=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}$ $=\frac{a}{2}.2a-a^2=0\ \Rightarrow DM\perp AC$. Mặt khác $SH\perp AC$ nên (SHD) ⊥ AC. Trong (SHD) kẻ $HK\perp SD$. Do (SHD) ⊥ AC nên $HK\perp AC$. Vậy HK là đoạn vuông góc chung của SD và AC nên $d(SD,AC)=HK$.	0.25
	*Vì AM//CD nên $\Delta AMH\sim\Delta CDH\Rightarrow HD=4HM=\frac{4}{5}DM=\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. Mà HK là đường cao trong tam giác vuông SHD nên $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HD^2}+\frac{1}{HS^2}\Rightarrow HK=\frac{2a}{3}$. Vậy khoảng cách giữa SD và AC là $\frac{2a}{3}$.	0.25
Câu 8	*Ta chứng minh tam giác DEF vuông cân tại E. Gọi P là điểm đối xứng của D qua A.Tam giác DBP vuông tại B do BA=AD=AP.Do tam giác CBD vuông tại B nên C,B,P thẳng hàng. Vì EP=ED=EF nên E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác PDF, do đó $\widehat{AED}=\widehat{DFP}$ nên tứ giác AEBF nội tiếp đường tròn $\Rightarrow\widehat{DEF}=90^0$.	0.25
	*Đường thẳng DE qua E vuông góc với EF nên có phương trình $x-2y+6=0$. Điểm D là giao của đường thẳng DE và d nên D(-2;2).	0.25
	*Tam giác ADE vuông có $DE^2=AD^2+AE^2=10AE^2\Rightarrow AE^2=2.$ Gọi $A(a;8-3a)\in d'\Rightarrow(a-2)^2+(4-3a)^2=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=\frac{9}{5}\end{array}\right.\Rightarrow A(1;5)$	0.25
	Vì $\begin{array}{l}\overrightarrow{EB}=-2\overrightarrow{EA}\Rightarrow B(4;2).\\\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}\Rightarrow C(4;-4).\end{array}$ **Kết luận:** $A(1;5);B(4;2);C(4;-4).$ $D(-2;2)$.  	0.25
Câu 9	Điều kiện: $y\neq 0; 1+\frac{3x}{y}\geq o$	

	$\begin{cases}(x-2)\sqrt{1+\frac{3x}{y}}=2x-y\ (1)\\ y^2\sqrt{1+\frac{3x}{y}}=2x^2+y^2-4x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left(\frac{x}{y}-\frac{2}{y}\right)\sqrt{1+\frac{3x}{y}}=\frac{2x}{y}-1\\ \sqrt{1+\frac{3x}{y}}=2\left(\frac{x}{y}\right)^2+1-\frac{4x}{y^2}\end{cases}$ Đặt $\begin{cases}a=\frac{x}{y}\\ b=\frac{1}{y}\end{cases}$ khi đó ta có được hệ: $\begin{cases}(a-2b)\sqrt{1+3a}=2a-1\\ \sqrt{1+3a}=2a^2-4ab+1\end{cases}$ *Cộng theo vế hai phương trình cho nhau, ta được: $(a-2b+1)\sqrt{1+3a}=2a^2+2a-4ab$ $\Leftrightarrow (a-2b+1)(\sqrt{1+3a}-2a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a+1=2b\\ 2a=\sqrt{1+3a}\end{array}\right.$ *Với $a+1=2b \Leftrightarrow \frac{x}{y}+1=\frac{2}{y} \Leftrightarrow x+y=2$ thế vào (1) ta được: $-y\sqrt{1+\frac{3(2-y)}{y}}=2(2-y)-y \Leftrightarrow 2\frac{2-y}{y}-1=-\sqrt{1+\frac{3(2-y)}{y}}$ $\Rightarrow 4\left(\frac{2-y}{y}\right)^2-7\frac{2-y}{y}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{2-y}{y}=0\\ \frac{2-y}{y}=\frac{7}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=2\Rightarrow x=0\\ y=\frac{8}{11}\Rightarrow x=\frac{14}{11}\end{array}\right.$ Thay $x=\frac{14}{11}; y=\frac{8}{11}$ vào hệ không thỏa mãn. *Với $2a=\sqrt{1+3a} \Leftrightarrow \begin{cases}a\ge 0\\ 4a^2-3a-1=0\end{cases} \Leftrightarrow a=1 \Leftrightarrow x=y.$. Khi đó (1)$\Leftrightarrow 2(x-2)=x \Leftrightarrow x=4 \Leftrightarrow y=4$ Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}; \begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 10	Giả sử $z=min\{x;y;z\}$. Đặt $x+\frac{z}{2}=u; y+\frac{z}{2}=v \Rightarrow u>0; v>0.$ Ta có $x^2+z^2\le(x+\frac{z}{2})^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}z^2-xz\le 0 \Leftrightarrow z(3z-4x)\le 0$ luôn đúng. Vậy $x^2+z^2\le(x+\frac{z}{2})^2=u^2;\ y^2+z^2\le v^2;\ x^2+y^2\le u^2+v^2$ Mà với u, v > 0 ta có : $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}\ge\frac{4}{u+v}$ và $\frac{1}{u^2}+\frac{1}{v^2}\ge\frac{8}{(u+v)^2}$ Vậy $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{y^2+z^2}+\frac{1}{z^2+x^2}\ge\frac{1}{u^2+v^2}+\frac{1}{u^2}+\frac{1}{v^2}=\frac{1}{u^2+v^2}+\frac{1}{4}(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{v^2})+\frac{3}{4}(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{v^2})$ $\ge\frac{1}{u^2+v^2}+\frac{1}{2uv}+\frac{6}{(u+v)^2}\ge\frac{4}{(u+v)^2}+\frac{6}{(u+v)^2}=\frac{10}{(u+v)^2}=\frac{10}{(x+y+z)^2}$ Mà $(x+1)(y+1)(z+1)=xyz+(xy+xz+yz)+x+y+z+1=xyz+x+y+z+2\ge x+y+z+2$ Vậy $P\ge\frac{10}{(x+y+z)^2}+\frac{5}{2}(x+y+z)+5$.Đặt $x+y+z=t\quad(t\ge\sqrt{3})$ Xét $f(t)=\frac{10}{t^2}+\frac{5}{2t}$ với $t\ge\sqrt{3}$. Ta có $f'(t)=\frac{-20}{t^3}+\frac{5}{2}=0\Leftrightarrow t=2.$ Từ đó ta có : $P\ge f(2)=10+\frac{5}{2}=\frac{25}{2}$. Khi $x=y=1; z=0$ thì $P=\frac{25}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{25}{2}$.	0.25 0.25 0.25 0.25