SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NGUYỄN BỈNH KHIÊM

KÌ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài : 180 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC:

Câu 1) (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng y = $-\frac{1}{9}x$

Câu 2) (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\cos x + 2\cos^2\frac{x}{3} - 3 = 0$

b) Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $z + \bar{z} = 6$ và $z^2 + 2\bar{z} - 8i$ là một số thực.

Câu 3) (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_4(x^2 - 7x + 10) - \log_4(x-2) = \log_{\frac{1}{4}}(x+5)$

Câu 4) (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x(x+6y-4)+3y(3y-4)+8} + 2(x+y) = \sqrt{(x+y)^2 + 4(1-xy)} + 2 \\ \sqrt{3x - xy + 22} - \sqrt{1-y} = x^2 - 2y + 3 \end{cases}$$

Câu 5) (1,0 điểm) Tính tích phân I = $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 2 + \tan^2 x)\sin x dx$

Câu 6) (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', đáy ABC có AC = $a\sqrt{3}$, BC = $3a$, $\widehat{ACB} = 30^0$. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc 60^0 và mặt phẳng (A'BC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm H trên cạnh BC sao cho BC = 3BH và mặt phẳng (A'AH) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C ' và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (A'AC).

Câu 7) (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với A(– 3; – 4), tâm đường tròn nội tiếp I(2; 1) và tâm đường tròn ngoại tiếp J($-\frac{1}{2}$;1). Viết phương trình đường thẳng BC.

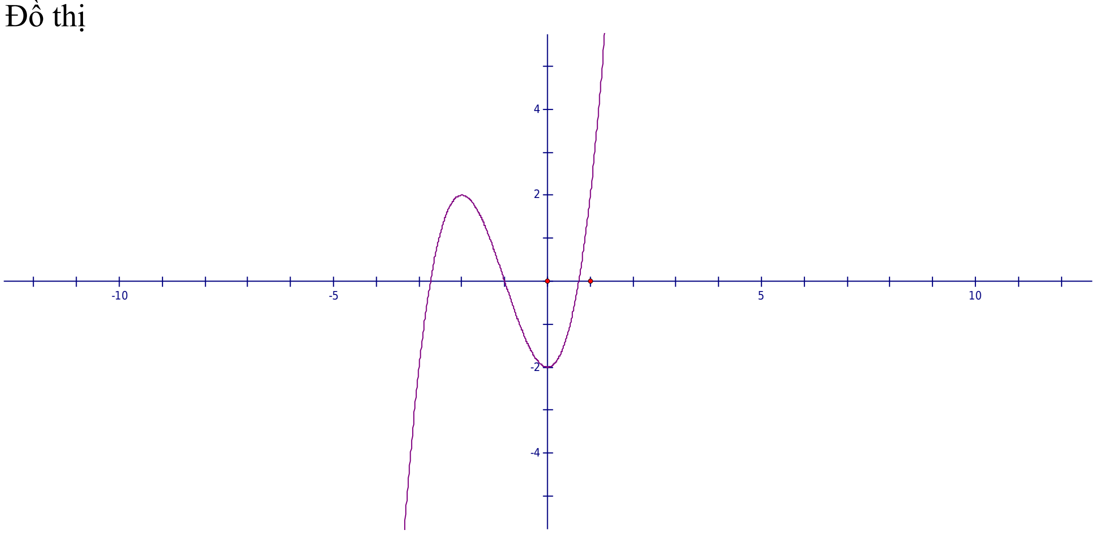
Câu 8) (1,0 điểm) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(4; – 2; 11), B(– 2; – 10; 3) và mặt phẳng (P): x + y – z – 4 = 0 . Viết phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB và tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho MA = MB = 13.

Câu 9) (0,5 điểm) Một hộp đựng 3 xanh , 4 bi đỏ và 5 bi vàng . Lấy ngẫu nhiên 5 bi từ hộp. Tính xác suất để trong 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh và số bi đỏ bằng nhau.

Câu 10) (1,0 điểm) Cho hai số thực a, b thuộc khoảng (0, 1) thỏa mãn $(a^3+b^3)(a+b) - ab(a-1)(b-1) = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{12}{\sqrt{36 + (1+9a^2)(1+9b^2)}} + 3ab - \frac{a^4+b^4}{ab}$$

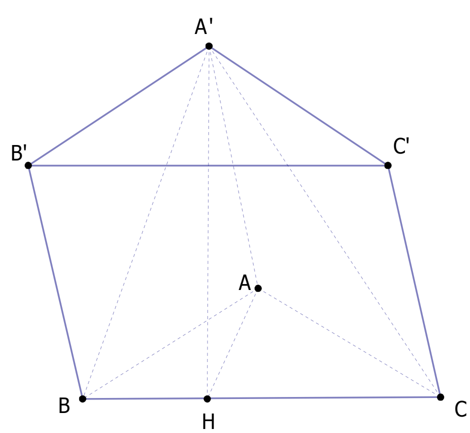
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="8">Câu 1 (2,0đ)</td><td>Câu1)
a) $y = x^3 + 3x^2 - 2$
+ TXĐ D = R , $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$
+ $y' = 3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = -2 \Rightarrow y = 2 \end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+ BBT
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y’</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$ ↗</td><td>↘</td><td>-2</td><td>↗ ∞</td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+ Hàm ĐB trên các khoảng ($-\infty$; -2), (0; $+\infty$) và NB trên khoảng (-2 ; 0). Điểm cực đại đồ thị (-2 ; 2); điểm cực tiểu đồ thị (0; -2)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+ Đồ thị

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b)Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng y = $-\frac{1}{9}x$ nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng 9.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -2 \end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+ Phương trình tiếp tuyến tại điểm (1, 2) là $y = 9(x-1) + 2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+Phương trình tiếp tuyến tại điểm (– 3, – 2) là $y = 9(x+3) - 2$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Câu 2 (1,0đ)	--- **Câu 2)** a) $\cos x+2\cos^2\frac{x}{3}-3=0 \Leftrightarrow 4\cos^3\frac{x}{3}-3\cos\frac{x}{3}+2\cos^2\frac{x}{3}-3=0$ $\Leftrightarrow (\cos\frac{x}{3}-1)(4\cos^2\frac{x}{3}+6\cos\frac{x}{3}+3)=0$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow \cos\frac{x}{3}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{3}=k2\pi \Leftrightarrow x=6k\pi, k\in Z$	0,25
	b) Gọi $z=x+yi$. Ta có $z+\bar{z}=6 \Leftrightarrow (x+yi)+(x-yi)=6 \Leftrightarrow x=3$ (1) $z^2+2\bar{z}-8i=(x+yi)^2+2(x-yi)-8i=(x^2-y^2+2x)+(2xy-2y-8)i$ là số thực nên $2xy-2y-8=0$ (2).	0,25
	Từ (1) và (2) ta giải được x = 3 và y = 2. Vậy z = 3 + 2i	0,25
Câu 3 (0,5đ)	**Câu 3)** b)ĐK $\begin{cases} x^2-7x+10>0 \\ x-2>0 \\ x+5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \vee x>5 \\ x>2 \\ x>-5 \end{cases} \Leftrightarrow x>5$ Với ĐK trên phương trình tương đương : $\log_4(x^2-7x+10)-\log_4(x-2)=-\log_4(x+5)$ $\Leftrightarrow \log_4(x^2-7x+10)(x+5)=\log_4(x-2)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x^2-7x+10)(x+5)=x-2$ $\Leftrightarrow (x-5)(x+5)=1 \Leftrightarrow x=\sqrt{26}$ (vì x > 5)	0,25
Câu 4 (1,0đ)	**Câu 4)** $\begin{cases} \sqrt{x(x+6y-4)+3y(3y-4)+8}+2(x+y)=\sqrt{(x+y)^2+4(1-xy)}+2 \,(1) \\ \sqrt{3x-xy+22}-\sqrt{1-y}=x^2-2y+3 \,(2) \end{cases}$	
	+Ta có (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(x+3y-2)^2+4}+(x+3y-2)=\sqrt{(y-x)^2+4}+(y-x)$ + Xét hàm $f(t)=\sqrt{t^2+4}+t$, $t\in R$. Ta có $f'(t)=\frac{t}{\sqrt{t^2+4}}+1=\frac{\sqrt{t^2+4}+t}{\sqrt{t^2+4}}>0, \forall t\in R$ Suy ra f(t) đồng biến trên R.	0,25
	+ Ta có (1) $\Leftrightarrow f(x+3y-2)=f(y-x) \Leftrightarrow x+3y-2=y-x \Leftrightarrow y=1-x$	0,25
	+ Thế y = 1 – x vào (2) ta có : $\sqrt{x^2+2x+22}-\sqrt{x}=x^2+2x+1$ (3) . Với ĐK $x\geq 0$. ta có (3) $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2+2x+22}-5)-(\sqrt{x}-1)=x^2+2x-3$ $\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{\sqrt{x^2+2x+22}+5}-\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}=(x-1)(x+3)$	0,25

	$\Leftrightarrow (x-1)\left[\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+(x+3)\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+22}+5}\right)\right]=0 \Leftrightarrow x=1$ Vì với $x \geq 0$ thì $\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+(x+3)\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+22}+5}\right)>0$ (phải giải thích)	
	$x = 1 \Rightarrow y = 0$ .Vậy hệ có nghiệm (x ; y) = (1 ; 0)	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 5 (1,0đ)	**Câu 5)** I = $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+2+\tan^2 x)\sin x dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+1)\sin x dx+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}dx$	0,25
	+ Đặt $\begin{cases}u=x+1\\dv=\sin x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\cos x\end{cases}$. Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+1)\sin x dx=-(x+1)\cos x\Big\|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos x dx=-(\dfrac{\pi}{4}+1)\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1+\sin x\Big\|_0^{\frac{\pi}{4}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{8}\pi+1$	0,25
	$+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{-d(\cos x)}{\cos^2 x}=\dfrac{1}{\cos x}\Big\|_0^{\frac{\pi}{4}}=\sqrt{2}-1$	0,25
	+ Vậy I = $-\dfrac{\sqrt{2}}{8}\pi+\sqrt{2}$	0,25
Câu 6 (1,0đ)	**Câu 6)**  $\begin{cases}(A'BC)\perp(ABC)\\(A'AH)\perp(ABC)\\A'H=(A'BC)\cap(A'AH)\end{cases}\Rightarrow A'H\perp(ABC)$ Suy ra $\widehat{A'AH}=60^0$	0,25
	$AH^2=AC^2+HC^2-2AC.HC.\cos 30^0=a^2$ $\Rightarrow$ AH = a $\Rightarrow A'H=AH\tan 60^0=a\sqrt{3}$ $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{9a^3}{4}$	0,25
	Vì $AH^2+AC^2=HC^2\Rightarrow HA\perp AC\Rightarrow AA'\perp AC$ $S_{A'AC}=\dfrac{1}{2}.AC.AA'=\dfrac{1}{2}.a\sqrt{3}.2a=a^2\sqrt{3}$	0,25

	$\Rightarrow d(B,(A'AC)) = \dfrac{3.V_{A'ABC}}{S_{A'AC}} = \dfrac{\frac{9}{4}a^3}{a^2\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}a}{4}$	0,25
Câu 7 (1,0đ)	**Câu 7)** + Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $(x+\frac{1}{2})^2+(y-1)^2=\frac{125}{4}$ (1) + Phương trình đường thẳng AI : $\frac{x+3}{2+3}=\frac{y+4}{1+4} \Leftrightarrow x-y-1=0$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	+ Đường thẳng AI cắt đường tròn ngoại tiếp tại điểm thứ hai là D, trung điểm cung BC. Hoành độ điểm D là nghiệm khác -3 của phương trình : $(x+\frac{1}{2})^2+(x-2)^2=\frac{125}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=\frac{9}{2} \end{array}\right.$. Suy ra D($\frac{9}{2};\frac{7}{2}$)	0,25
	+ Ta có $\widehat{BID}=\frac{\hat{A}}{2}+\frac{\hat{B}}{2}$ và $\widehat{IBD}=\widehat{IBC}+\widehat{CBD}=\frac{\hat{B}}{2}+\frac{\hat{A}}{2}$ suy ra $\widehat{BID}=\widehat{IBD} \Rightarrow$ DI = DB = DC $\Rightarrow$ B, C nằm trên đường tròn tâm D bán kính DI có phương trình : $(x-\frac{9}{2})^2+(y-\frac{7}{2})^2=\frac{50}{4}$ (2)	0,25
	+ Tọa độ điểm B và C là nghiệm hệ phương trình (1) và (2) $\begin{cases}(x+\frac{1}{2})^2+(y-1)^2=\frac{125}{4}\\(x-\frac{9}{2})^2+(y-\frac{7}{2})^2=\frac{50}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+x-2y-30=0\\x^2+y^2-9x-7y+20=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}10x+5y-50=0\\x^2+y^2-9x-7y+10=0\end{cases}$ Suy ra phương trình đường thẳng BC : $10x+5y-50=0$ hay $2x+y-10=0$	0,25
Câu 8 (1,0đ)	**Câu 8)** + Mp trung trực (Q) của đoạn AB qua trung điểm I(1; – 6; 7) của AB nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;-8;-8)$ làm VTPT	0,25
	Suy ra phương trình mp(Q): $-6(x-1)-8(y+6)-8(z-7)=0 \Leftrightarrow 3x+4y+4z-7=0$	0,25
	+ Gọi $\Delta=(Q)\cap(P)$. Đường thẳng Δ là tập hợp các điểm thỏa hệ phương trình: $\begin{cases}3x+4y+4z-7=0\\x+y-z-4=0\end{cases}$ (1) + (P) có VTPT $\vec{n_P}=(1;1;-1)$, (Q) có VTPT $\vec{n_Q}=(3;4;4)$ suy ra Δ có VTCP $\vec{u}=[\vec{n_P},\vec{n_Q}]=(8;-7;1)$. Trong (1) cho x = 1 giải được y = 2; z = – 1 suy	0,25

	ra Δ đi qua điểm I(1; 2; – 1). Vậy phương trình tham số đường thẳng Δ $$\begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = 2 - 7t \\ z = -1 + t \end{cases}$$ --- +M$\in \Delta$ thì M$\in$(P) và MA = MB. Ta có M(1 + 8t ; 2 – 7t ; – 1 + t) MA = 13 $\Leftrightarrow (8t-3)^2 + (4-7t)^2 + (t-12)^2 = 169 \Leftrightarrow 114t^2 - 128t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 64/27$ Vậy có hai điểm M thỏa bài toán : $M_1(1;2;-1)$, $M_2(\frac{569}{57};-\frac{334}{57};\frac{7}{57})$	0,25
Câu 9 (0,5đ)	**Câu 9)** + Có $C_{12}^5 = 792$ cách chọn 5 bi từ hộp 12 bi$\Rightarrow \|\Omega\| = 792$	0,25
	+ Gọi X là biến cố :'' 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh và số bi đỏ bằng nhau'' TH1 : 1X, 1Đ, 3V $\Rightarrow$ có $C_3^1 C_4^1 C_5^3 = 120$ cách chọn TH2 : 2X, 2Đ, 1V$\Rightarrow$ có $C_3^2 C_4^2 C_5^1 = 90$ cách chọn Suy ra $\|\Omega_X\| = 120 + 90 = 210$ Vậy P(X) = $\frac{\|\Omega_X\|}{\|\Omega\|} = \frac{210}{792} = \frac{35}{132}$	0,25
Câu 10 (1,0đ)	**Câu 10)** P = $\frac{12}{\sqrt{36+(1+9a^2)(1+9b^2)}} + 3ab - \frac{a^4+b^4}{ab}$	
	GT : $(a^3+b^3)(a+b) - ab(a-1)(b-1) = 0 \Leftrightarrow \frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = (1-a)(1-b)$ (*) Vì $\frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)(a+b) \geq 2\sqrt{ab}.2\sqrt{ab} = 4ab$ và $(1-a)(1-b) = 1-(a+b)+ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, khi đó từ (*) suy ra $4ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, Đặt t = ab (t > 0) ta được $2\sqrt{t} \leq 1 - 3t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t \leq \frac{1}{3} \\ 4t \leq (1-3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t \leq \frac{1}{9}$	0,25
	Ta có $(1+9a^2)(1+9b^2) \geq 36ab \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{36+(1+9a^2)(1+9b^2)}} \leq \frac{2}{\sqrt{1+ab}}$ và $3ab - \frac{a^4+b^4}{ab} \leq 3ab - 2ab = ab$. Suy ra $P \leq \frac{2}{\sqrt{1+ab}} + ab$. Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3}$.	0,25

	. Xét hàm $f(t)=\frac{2}{\sqrt{1+t}}+t$ với $0 < t \le \frac{1}{9}$, ta có $f'(t)=1-\frac{1}{(1+t)\sqrt{1+t}}>0, \forall t\in(0,\frac{1}{9}]\Rightarrow$ f(t) đồng biến trên $(0, \frac{1}{9}]$ -- f(t) $\le f(\frac{1}{9})=\frac{6}{\sqrt{10}}+\frac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ t=ab=\frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow a=b=\frac{1}{3}$ Vậy MaxP = $\frac{6}{\sqrt{10}}+\frac{1}{9}$ đạt được tại a = b = $\frac{1}{3}$	0,25 0,25