

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx + 1$  (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .  
b) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số (1) có 2 điểm cực trị  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$  (với  $O$  là gốc tọa độ).

**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình  $\sin 2x + 1 = 6\sin x + \cos 2x$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2} dx$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).**

- a) Giải phương trình  $5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0$ .  
b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-4;1;3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  thuộc  $d$  sao cho  $AB = \sqrt{27}$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = AC = a$ ,  $I$  là trung điểm của  $SC$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $BC$ , mặt phẳng  $(SAB)$  tạo với đáy 1 góc bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  và tính khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  theo  $a$ .

**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;4)$ , tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  cắt  $BC$  tại  $D$ , đường phân giác trong của  $\triangle ADB$  có phương trình  $x - y + 2 = 0$ , điểm  $M(-4;1)$  thuộc cạnh  $AC$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2} - y = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases}$$

**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số dương và  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$$

----- Hết -----

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

**THẦY TÀI - 0977.413.341 CHIA SẺ - VÌ CỘNG ĐỒNG**

## HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA

Câu	Nội dung	Điểm															
<b>1</b>	<b>a. (1,0 điểm)</b>																
	Với $m=1$ hàm số trở thành: $y = -x^3 + 3x + 1$ TXĐ: $D = R$ $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$	<b>0.25</b>															
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ , đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = 3$ , đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{CT} = -1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	<b>0.25</b>															
	* Bảng biến thiên	<b>0.25</b>															
	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>3</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	$y'$	+	0	-	0	$y$	$+\infty$	$-1$	$3$	$-\infty$	
x	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$													
$y'$	+	0	-	0													
$y$	$+\infty$	$-1$	$3$	$-\infty$													
	Đồ thị:	<b>0.25</b>															
	<b>b. (1,0 điểm)</b>																
	$y' = -3x^2 + 3m = -3(x^2 - m)$ $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0 (*)$	<b>0.25</b>															
	Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 (**)$	<b>0.25</b>															
	Khi đó 2 điểm cực trị $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m}), B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$	<b>0.25</b>															
	Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (TM (**))	<b>0,25</b>															

	Vậy $m = \frac{1}{2}$	
<b>2.</b>	<b>(1,0 điểm)</b>	
	$\sin 2x + 1 = 6 \sin x + \cos 2x$ $\Leftrightarrow (\sin 2x - 6 \sin x) + (1 - \cos 2x) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3) + 2 \sin^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3 + \sin x) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x = 3(Vn) \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow x = k\pi$ . Vậy nghiệm của PT là $x = k\pi, k \in Z$	0.25
<b>3.</b>	<b>(1,0 điểm)</b>	
	$I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	0.25
	Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	0.25
	Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$ . Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$ Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$	
	$J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$	0.25
Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0.25	
<b>4.</b>	<b>(1,0 điểm)</b>	
	<b>a,(0,5điểm)</b>	
	$5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của PT là $x = 0$ và $x = -1$	0.25
	<b>b,(0,5điểm)</b> $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$	0.25
Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1 + C_5^1.C_6^2 = 135$ Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$	0.25	



7.	<p><b>(1,0 điểm)</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div data-bbox="199 369 742 683" style="width: 40%;"> </div> <div data-bbox="790 347 1284 649" style="width: 55%;"> <p>Gọi AI là phân giác trong của <math>BAC</math>  Ta có : <math>AID = ABC + BAI</math>  <math>IAD = CAD + CAI</math>  Mà <math>BAI = CAI</math> , <math>ABC = CAD</math> nên  <math>AID = IAD</math>  <math>\Rightarrow \Delta DAI</math> cân tại D <math>\Rightarrow DE \perp AI</math></p> </div> </div> <p>PT đường thẳng AI là : <math>x + y - 5 = 0</math></p> <p>Gọi <math>M'</math> là điểm đối xứng của M qua AI <math>\Rightarrow</math> PT đường thẳng <math>MM'</math> : <math>x - y + 5 = 0</math>  Gọi <math>K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)</math></p> <p>VTCP của đường thẳng AB là <math>\overrightarrow{AM'} = (3;5) \Rightarrow</math> VTPT của đường thẳng AB là <math>\vec{n} = (5;-3)</math>  Vậy PT đường thẳng AB là : <math>5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0</math></p>	0,25
8.	<p><b>(1,0 điểm).</b></p> $\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2 - y} = 5y + 4(1) \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1(2) \end{cases}$ <p>Đk: <math>\begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>Ta có (1) <math>\Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x - y)(y + 1)} - 4(y + 1) = 0</math>  Đặt <math>u = \sqrt{x - y}, v = \sqrt{y + 1}</math> (<math>u \geq 0, v \geq 0</math>)</p> <p>Khi đó (1) trở thành : <math>u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(vn) \end{cases}</math></p> <p>Với <math>u = v</math> ta có <math>x = 2y + 1</math>, thay vào (2) ta được : <math>\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y - 1} = 2y</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + (\sqrt{y - 1} - 1) = 0</math></p> <p><math>\frac{2(y - 2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y - 2}{\sqrt{y - 1} + 1} = 0 \Leftrightarrow (y - 2) \left( \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y - 1} + 1} \right) = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow y = 2</math> ( vì <math>\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y - 1} + 1} &gt; 0 \forall y \geq 1</math>)</p> <p>Với <math>y = 2</math> thì <math>x = 5</math>. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là <math>(5;2)</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25

<b>9.</b>	<b>(1,0 điểm) .</b>	
	<p>Vì <math>a + b + c = 3</math> ta có <math>\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)</math></p> <p>Vì theo BĐT Cô-Si: <math>\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}</math>, dấu đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow b = c</math></p>	<b>0,25</b>
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left( \frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left( \frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$	<b>0,25</b>
	Suy ra $P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$ ,	<b>0,25</b>
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ . Vậy $\max P = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$ .	<b>0,25</b>