

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$

**Câu 2 (1,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$  tại điểm thuộc  $(C)$  có tung độ bằng 4.

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình  $2.4^x + 6^x = 9^x$

b) Giải bất phương trình  $\log_{\frac{1}{3}}(3x - 2) - \log_{\frac{1}{3}}(6 - 5x) < 0$

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3x^2 + 1 - \sin x) dx$$

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - y - 2z - 1 = 0$  và hai điểm  $A(2; 0; 0), B(3; -1; 2)$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  và đi qua ba điểm  $A, B$  và điểm gốc tọa độ  $O$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình:  $\cos x + \sin 4x - \cos 3x = 0$

b) Trong đợt thi thử đại học lần 1 năm học 2015 – 2016 do Đoàn trường THPT Thuận Châu tổ chức có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau khối A trong đó có 3 nam và 2 nữ, khối B có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau trong đó có 1 nam và 4 nữ, khối C có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau trong đó có 4 nam và 1 nữ, khối D có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau trong đó có 2 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn mỗi khối một em để khen thưởng? Tính xác suất để có cả học sinh nam và học sinh nữ được khen thưởng.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ . Mặt bên  $SAD$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AD, SB$  theo  $a$ .

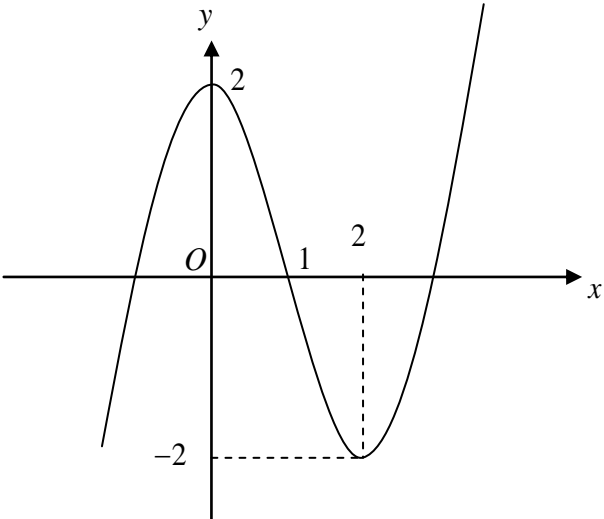
**Câu 8 (1,0 điểm).** Trên mặt phẳng tọa độ  $oxy$  cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABM$ , điểm  $D(7; -2)$  là điểm nằm trên đoạn  $MC$  sao cho  $GA = GD$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ , lập phương trình  $AB$ , biết hoành độ của điểm  $A$  nhỏ hơn 4 và  $AG$  có phương trình  $3x - y - 13 = 0$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình

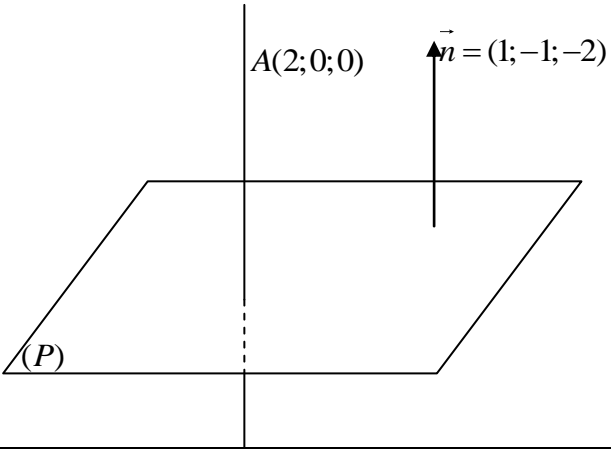
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} + x + 5 = 2y + \sqrt{y-2} \\ \frac{(x-8)(y+1)}{x^2 - 4x + 7} = (y-2)(\sqrt{x+1} - 3) \end{cases} \quad x, y \in \mathbb{R}$$

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho các số thực  $a, b, c$  thuộc  $[4; 6]$  và thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 15$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 30abc + 180}{ab + bc + ca} - \frac{1}{20}abc$$

Câu	Đáp án	Điểm																	
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$																		
	+) Tập xác định $D = \mathbb{R}$ +) Sự biến thiên - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																	
	Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 2$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -2$ - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25																	
	- Bảng biến thiên <table border="1" data-bbox="389 1099 1169 1496"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>↗ 2</td> <td>↘</td> <td>-2</td> <td>↗ <math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$y'$	+	0	-	0	+	$y$	$-\infty$	↗ 2	↘	-2	↗ $+\infty$	0,25
	$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
$y'$	+	0	-	0	+														
$y$	$-\infty$	↗ 2	↘	-2	↗ $+\infty$														
		0,25																	
+) Đồ thị Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$																			

2	Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) có tung độ bằng 4.	
	$\frac{x+2}{x-1} = 4 \Rightarrow x+2 = 4x-4 \Rightarrow x=2$	0,25
	$y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$	0,25
	$y'(2) = -3$ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -3(x-2) + 4$ Hay $y = -3x + 10$	0,25
3	a) Giải phương trình $2 \cdot 4^x + 6^x = 9^x$	
	$2 \cdot 4^x + 6^x = 9^x \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = -1 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\log_{\frac{2}{3}} 2$ Vậy phương trình có nghiệm $x = -\log_{\frac{2}{3}} 2$	0,25
	b) Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(3x-2) - \log_{\frac{1}{3}}(6-5x) < 0$	
	Điều kiện: $\frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$ Với $\frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$ , $\log_{\frac{1}{3}}(3x-2) - \log_{\frac{1}{3}}(6-5x) < 0$ $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(3x-2) < \log_{\frac{1}{3}}(6-5x)$	0,25
	$\Leftrightarrow 3x-2 > 6-5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1$ Vậy bất phương trình có nghiệm là: $1 < x < \frac{6}{5}$	0,25
	4	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3x^2 + 1 - \sin x) dx$
$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3x^2 + 1) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$		0,5
$= (x^3 + x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}}$		0,25
$= \frac{\pi^3}{8} + \frac{\pi}{2} - 1$		0,25
5	Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - y - 2z - 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 0; 0), B(3; -1; 2)$ . Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I thuộc mặt phẳng (P) và đi qua hai điểm A, B và điểm gốc tọa độ O.	

	<p>Đường thẳng <math>\Delta</math> có phương trình là:</p> $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -2t \end{cases}$ 	0,25
	<p>Giả sử tâm mặt cầu là <math>I(a; b; c)</math></p> <p>Theo giả thiết bài toán ta có:</p> $\begin{cases} a - b - 2c = 1 \\ (a - 2)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 \\ (a - 3)^2 + (b + 1)^2 + (c - 2)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b - 2c = 1 \\ a = 1 \\ (a - 3)^2 + (b + 1)^2 + (c - 2)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = -2c \\ a = 1 \\ 3 + (b + 1)^2 + (c - 2)^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = -2c \\ a = 1 \\ 3 + (-2c + 1)^2 + (c - 2)^2 = 4c^2 + c^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = -2c \\ a = 1 \\ 3 + 4c^2 - 4c + 1 + c^2 - 4c + 4 = 5c^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = -2c \\ a = 1 \\ 8c - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; -2; 1)$	0,25
	<p>Bán kính mặt cầu là: <math>R = \sqrt{(1 - 2)^2 + 4 + 1} = \sqrt{6}</math></p>	0,25
	<p>Mặt cầu cần tìm có phương trình là:</p> $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$	0,25
6	<p>a) Giải phương trình: <math>\cos x + \sin 4x - \cos 3x = 0</math></p> <p>Phương trình đã cho tương đương với <math>\cos x - \cos 3x + \sin 4x = 0</math></p> $\Leftrightarrow 2\sin x \cdot \sin 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin 2x(\sin x + \cos 2x) = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin 2x(-2\sin^2 x + \sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	<p>+ ) Với <math>\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>+ ) Với <math>\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p>	0,25

	<p>+)  <math display="block">\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}</math> </p> <p>Vậy phương trình có các công thức nghiệm là :</p> $x = \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	
	<p>b) Trong đợt thi thử đại học lần 1 năm học 2015 – 2016 do Đoàn trường THPT Thuận Châu tổ chức có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau khối A trong đó có 3 nam và 2 nữ, khối B có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau trong đó có 1 nam và 4 nữ, khối C có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau trong đó có 4 nam và 1 nữ, khối D có 5 em điểm cao nhất và bằng nhau trong đó có 2 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn mỗi khối một em để khen thưởng ? Tính xác suất để có cả học sinh nam và học sinh nữ được khen thưởng.</p>	
	<p>Khối A : 3 nam và 2 nữ          Khối B: 1 nam và 4 nữ          Khối C: 4 nam và 1 nữ          Khối D: 2 nam và 3 nữ</p> <p>Số cách chọn mỗi khối thi 1 học sinh để khen thưởng là:</p> $n(\Omega) = 5.5.5.5 = 625$	<b>0,25</b>
	<p>Gọi A là biến cố: "Có cả học sinh nam và học sinh nữ để khen thưởng"          Suy ra <math>\bar{A}</math> là biến cố: "Cả 4 học sinh được khen thưởng đều là nam hoặc đều là nữ".</p> $n(\bar{A}) = 3.1.4.2 + 2.4.3.1 = 48$ <p>Số cách chọn mỗi khối 1 em để khen thưởng trong đó có cả nam và nữ là  <math>625 - 48 = 577</math> cách.</p> <p>Xác suất để có cả học sinh nam và học sinh nữ được khen thưởng là:</p> $P(A) = \frac{577}{625} = 0,9232$	<b>0,25</b>
7	<p>Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là hình thoi cạnh <math>a</math>. Mặt bên <math>SAD</math> là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, <math>SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}</math>. Tính thể tích khối chóp <math>S.ABCD</math> và khoảng cách giữa hai đường thẳng <math>AD, SB</math> theo <math>a</math>.</p> <p>Gọi <math>H</math> là hình chiếu vuông góc của <math>S</math> trên <math>(ABCD)</math> ta có <math>H</math> là trung điểm <math>AD</math>.</p> $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ <p>Xét tam giác <math>SHC</math> vuông tại <math>H</math> ta có</p> $HC = \sqrt{SC^2 - SH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{2} - \frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ <p>Xét tam giác <math>DHC</math> ; <math>DH = \frac{a}{2}</math></p>	<b>0,25</b>

$$\cos \widehat{HDC} = \frac{DH^2 + DC^2 - HC^2}{2DH \cdot DC} = \frac{\frac{a^2}{4} + a^2 - \frac{3a^2}{4}}{\frac{2a}{2} \cdot a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{HDC} = 60^\circ$$

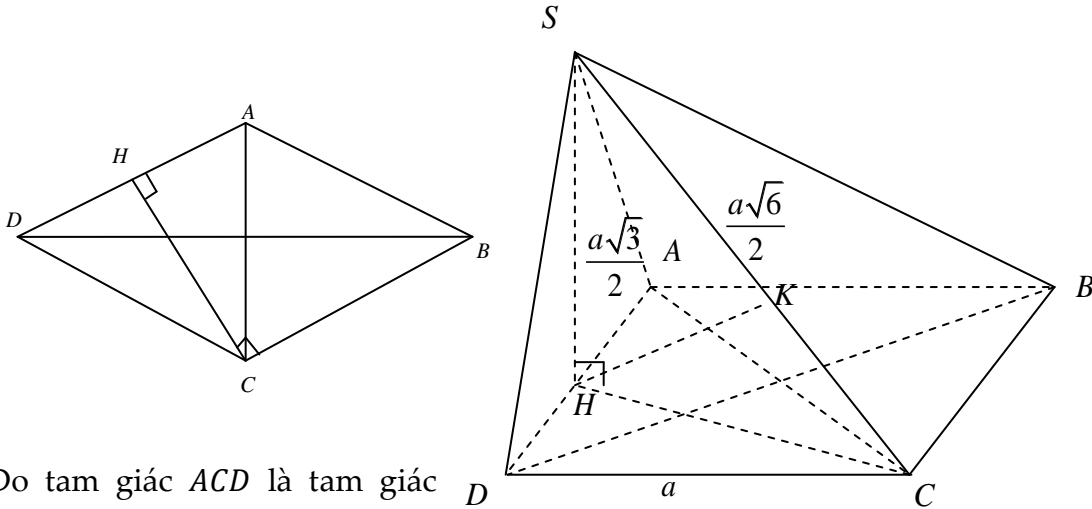
Suy ra tam giác  $ADC$  đều cạnh  $a$ , suy ra  $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Suy ra thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là :

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$$

0,25

$$d(AD, SB) = d(AD, (SBC)) = d(H, (SBC))$$



Do tam giác  $ACD$  là tam giác đều nên  $CH \perp AD \Rightarrow CH \perp CB$

$$\begin{cases} BC \perp CH \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHC)$$

Trong mặt phẳng  $(SHC)$  kẻ  $HK \perp SC$  tại  $K$  ta có

$$\begin{cases} HK \perp SC \\ HK \perp BC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC)$$

Do đó :  $d(AD, SB) = HK$ .

0,25

Xét tam giác  $SHC$  vuông tại  $H$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HC^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow HK^2 = \frac{3a^2}{8} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Vậy:  $d(AD, SB) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

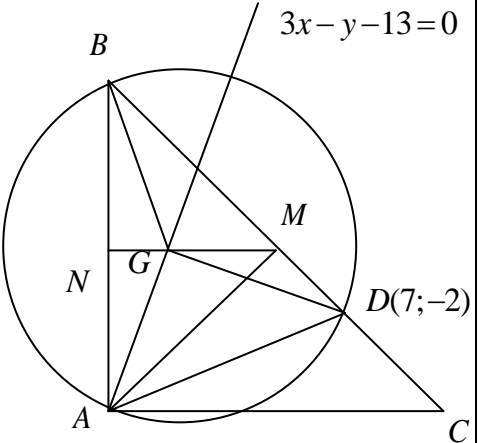
(Có thể tính  $HK = \frac{1}{2}SC$ )

(Có thể tính khoảng cách cần tìm theo công thức thể tích).

0,25

8

Trên mặt phẳng tọa độ  $oxy$  cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABM$ , điểm  $D(7; -2)$  là điểm nằm trên đoạn  $MC$  sao cho  $GA = GD$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ , lập phương trình  $AB$ , biết hoành độ của điểm  $A$  nhỏ hơn 4 và  $AG$  có phương trình  $3x - y - 13 = 0$ .

	<p>Tính khoảng cách từ điểm <math>A</math> đến đường thẳng <math>AG</math></p> $d(D, AG) = \frac{ 3 \cdot 7 + 2 - 13 }{\sqrt{9 + 1}} = \sqrt{10}$ <p>Xác định hình chiếu của <math>D</math> trên <math>AG</math>.</p> <p>Ta có tam giác <math>ABC</math> vuông cân đỉnh <math>A</math> nên tam giác <math>ABM</math> vuông cân đỉnh <math>M</math></p> <p>Suy ra <math>GB = GA</math> Theo giả thiết <math>GA = GD</math> nên tam giác <math>ABD</math> nội tiếp đường tâm <math>G</math> bán kính <math>GA</math>.</p> <p>Ta có: <math>\widehat{AGD} = 2\widehat{ABD} = 90^\circ</math> suy ra <math>DG \perp AG</math> suy ra <math>GD = \sqrt{10}</math></p> 	0,25
	<p>Suy ra tam giác <math>AGD</math> vuông cân đỉnh <math>G</math> suy ra <math>AD = 2\sqrt{10}</math></p> <p>Tìm điểm <math>A</math> nằm trên đường thẳng <math>AG</math> sao cho <math>AD = 2\sqrt{10}</math></p> <p>Giả sử <math>A(t; 3t - 13)</math></p> $AD = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow (t - 7)^2 + (3t - 11)^2 = 20$ $\Leftrightarrow t^2 - 14t + 49 + 9t^2 - 66t + 121 - 20 = 0$ $\Leftrightarrow 10t^2 - 80t + 150 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 3 \end{cases}$ <p>Với <math>t = 3</math> suy ra <math>A(3; -4)</math></p>	0,25
	<p>Tìm số đo góc tạo bởi <math>AB</math> và <math>AG</math>.</p> $\cos \widehat{NAG} = \frac{NA}{AG} = \frac{NM}{AG} = \frac{3NG}{AG} = \frac{3NG}{\sqrt{AN^2 + NG^2}} = \frac{3NG}{\sqrt{9NG^2 + NG^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ <p>Giải sử đường thẳng <math>AB</math> có vecto pháp tuyến <math>\vec{n} = (a; b)</math> ta có :</p> $\frac{ 3a - b }{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 9a^2 + b^2 - 6ab = 9a^2 + 9b^2 \Leftrightarrow 8b^2 + 6ab = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 4b = -3a \end{cases}$	0,25
	<p>TH 1 : <math>b = 0</math> chọn <math>a = 1</math> suy ra <math>\vec{n} = (1; 0)</math> suy ra <math>AB: x - 3 = 0</math></p> $d(D, AB) = \frac{ 7 - 3 }{\sqrt{1}} = 4 > \sqrt{10} = d(D, AG)$ <p>TH 2: <math>4b = -3a</math> chọn <math>\vec{n} = (4; -3)</math> suy ra <math>AB: 4(x - 3) - 3(y + 4) = 0</math></p> $\Leftrightarrow 4x - 3y - 24 = 0$ $d(D, AB) = \frac{ 4 \cdot 7 + 3 \cdot 2 - 24 }{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2 < \sqrt{10}$ <p>Trong hai trường hợp trên xét thấy <math>d(D, AB) &gt; d(A, AG)</math> nên <math>AB: x - 3 = 0</math></p> <p>Vậy: <math>A(3; -4), AB: x - 3 = 0</math></p>	0,25
9	<p>Giải hệ phương trình</p> $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} + x + 5 = 2y + \sqrt{y-2} \\ \frac{(x-8)(y+1)}{x^2 - 4x + 7} = (y-2)(\sqrt{x+1} - 3) \end{cases}$	

	<p>Điều kiện: <math>\begin{cases} x \geq -1 \\ y \geq 2 \end{cases}</math></p> <p>Xét phương trình: <math>\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} + x + 5 = 2y + \sqrt{y-2}</math></p> <p>Đặt <math>\begin{cases} a = \sqrt{x+1} \geq 0 \\ b = \sqrt{y-2} \geq 0 \end{cases}</math> ta được phương trình: <math>a + ab + x + 1 = 2y - 4 + b</math></p> $\Leftrightarrow a^2 - 2b^2 + ab + a - b = 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 + ab - b^2 + a - b = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)(a+b) + b(a-b) + (a-b) = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)(a+2b+1) = 0 \Leftrightarrow a = b$ <p>Từ phương trình (1) ta có <math>\sqrt{x+1} = \sqrt{y-2} \Leftrightarrow y = x + 3</math> thay vào phương trình (2) ta được</p>	<b>0,25</b>
	$\frac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7} = (x+1)(\sqrt{x+1}-3)$ $\Leftrightarrow \frac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7} = \frac{(x+1)(x-8)}{\sqrt{x+1}+3}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ \frac{x+4}{x^2-4x+7} = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}+3} \end{cases}$	<b>0,25</b>
	<p>Tiếp tục giải phương trình</p> $\frac{x+4}{x^2-4x+7} = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}+3}$ $\Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+1}+3) = (x+1)(x^2-4x+7)$ $\Leftrightarrow ((x+1)+3)(\sqrt{x+1}+3) = ((x-2)+3)(x^2-4x+4+3)$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+1}^2+3)(\sqrt{x+1}+3) = ((x-2)^2+3)((x-2)+3)$ <p>Xét hàm số <math>f(t) = (t^2+3)(t+3) = t^3 + 3t^2 + 3t + 9, t \geq 0</math></p> $f'(t) = 3t^2 + 3t + 3 > 0, t \geq 0$ <p>Do đó hàm số <math>f(t)</math> đồng biến trên <math>[0; +\infty)</math></p> <p>Từ <math>f(\sqrt{x+1}) = f((x-2)) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-2</math></p>	<b>0,25</b>
	<p>Giải phương trình</p> $\sqrt{x+1} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x+1 = x^2-4x+4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2-5x+3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$ <p>+ ) Với <math>x = 8 \Rightarrow y = 11</math></p> <p>+ ) Với <math>x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{11+\sqrt{13}}{2}</math></p> <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là:</p> $(8; 11), \left( \frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{11+\sqrt{13}}{2} \right)$	<b>0,25</b>
10	<p>Cho các số thực <math>a, b, c</math> thuộc <math>[4; 6]</math> và thỏa mãn điều kiện <math>a + b + c = 15</math>. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức</p>	



$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 30abc + 180}{ab + bc + ca} - \frac{1}{20}abc$	
<p>+) <math>(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2ab^2c + 2a^2bc + 2abc^2</math>  <math>= a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c) = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 30abc</math></p> <p>Do đó</p> $P = \frac{(ab + bc + ca)^2 + 180}{ab + bc + ca} - \frac{1}{20}abc$	<b>0,25</b>
<p>+) Biến đổi các đại lượng khác của bài toán theo đại lượng</p> $t = ab + bc + ca$ <p><b>Thứ nhất:</b></p> $(a - 4)(b - 4)(c - 4) \geq 0 \Leftrightarrow (ab - 4a - 4b + 16)(c - 4) \geq 0$ $\Leftrightarrow abc - 4ac - 4bc + 16c - 4ab + 16a + 16b - 64 \geq 0$ $\Leftrightarrow abc - 4t + 16(a + b + c) - 64 \geq 0 \Leftrightarrow abc - 4t + 176 \geq 0$ $\Leftrightarrow abc \geq 4t - 176 \Leftrightarrow -abc \leq -4t + 176$ <p>Suy ra:</p> $P = \frac{(ab + bc + ca)^2 + 180}{ab + bc + ca} - \frac{1}{20}abc \leq \frac{t^2 + 180}{t} - \frac{1}{5}t + \frac{44}{5}$ $\Rightarrow P \leq \frac{4}{5}t + \frac{180}{t} + \frac{44}{5}$	<b>0,25</b>
<p><b>Thứ 2:</b></p> $(a - 6)(b - 6)(c - 6) \leq 0 \Leftrightarrow (ab - 6a - 6b + 36)(c - 6) \leq 0$ $\Leftrightarrow abc - 6ac - 6bc + 36c - 6ab + 36a + 36b - 216 \leq 0$ $\Leftrightarrow abc - 6t + 36(a + b + c) - 216 \leq 0$ $\Leftrightarrow abc - 6t + 324 \leq 0 \Leftrightarrow abc \leq 6t - 324$ <p>Kết hợp: <math>\begin{cases} abc \geq 4t - 176 \\ abc \leq 6t - 324 \end{cases} \Rightarrow 4t - 176 \leq 6t - 324</math>  <math>\Rightarrow 2t \geq 148 \Rightarrow t \geq 74</math></p> <p><b>Thứ 3:</b></p> $15^2 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ $= \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - 2ab + b^2 + c^2 - 2bc + c^2 + a^2 - 2ca) + 3(ab + bc + ca)$ $= \frac{1}{2}[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] + 3t \geq 3t$ <p>Suy ra <math>t \leq 75</math></p>	<b>0,25</b>
<p>Xét hàm số</p> $f(t) = \frac{4}{5}t + \frac{180}{t} + \frac{44}{5}, t \in [74; 75]$ $f'(t) = \frac{4}{5} - \frac{180}{t^2} = \frac{4t^2 - 900}{5t^2}$ $f'(t) = 0 \Rightarrow t = \pm 15$	<b>0,25</b>

Suy ra  $f'(t) \leq 0, t \in [15; 16]$

Do đó hàm  $f(t)$  nghịch biến trên  $[15; 16]$

suy ra  $f(t) \leq f(15), t \in [15; 16]$

Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P$  là:

$$f(15) = \frac{4}{5} \cdot 15 + \frac{180}{15} + \frac{44}{5} = 35$$

$P = 35$  khi  $a = 4, b = 5, c = 6$  hoặc các hoán vị của  $(4, 5, 6)$

-----Hết-----